

S. I. S. S. A.

TRIESTE

Loredana Bruca

STRUTTURA DI IONIZZAZIONE IN SHELL DI NOVAE

Tesi di Magister Philosophiae

Relatore Prof. Roberto Stalio

Anno Accademico 1982 - 1983

INDICE

I.	Introduzione	1
	a) Novae, curve di luce e classe di velocità	1
	b) Esplosione di una nova	3
	c) Modello di emissione della shell	5
	d) Condizioni fisiche nella shell	9
	e) Schema della tesi	12
II.	Il modello di shell e la struttura di ionizzazione	13
	a) Il modello	13
	b) La struttura di ionizzazione	14
	c) L'equazione della ionizzazione	16
	d) Soluzione dell'equazione della ionizzazione	22
III.	Emissione ed assorbimento di radiazione della stella e calcolo della curva di luce	25
	a) Emissione	25
	b) Il modello di atomo di H ed il calcolo delle popolazioni dei livelli	27
	c) L'assorbimento	29
	d) Le curve di luce	30
IV.	Risultati e conclusioni	31

I. INTRODUZIONE

a) Novae, curve di luce e classe di velocità

Le stelle variabili di tipo nova sono degli oggetti che presentano degli improvvisi aumenti di luminosità, generalmente nel range ottico circa dodici magnitudini. Esistono però esempi di novae come V1500 Cyg con variazioni luminose fino a 18 magnitudini.

In genere la variazione luminosa avviene rapidamente in pochi giorni o settimane, poi la nova ritorna alla stessa magnitudine iniziale con un declino che può durare da mesi ad anni. La durata di questa fase distingue le novae in rapide o lente. In tab. 1 riportiamo i tempi caratteristici per variazioni luminose di tre magnitudini.

Tab. 1

t_3 (giorni)	classe	$\Delta m / \Delta t$ (mag. giorno ⁻¹)		M_V (al max.)
		aumento	declino	
5-15	molto veloce	~14	> 0.2	~ -9, -10
15-40	veloce		0.18-0.08	~ -7, -8
40-120	media		0.07-0.025	~ -6
120-230	lenta	~7	0.024-0.013	~ -5
230-380	molto lenta		0.013-0.008	≤ -5

In tutte le novae osservate, nel visibile, le curve di luce, ovvero le variazioni di luminosità in funzione del tempo, seguono più o meno lo stesso andamento; come è visibile dalle figg. 1,2 dove sono riportate le curve di luce di alcune novae ed una curva di luce schematica.

Le curve di luce individuali si differenziano essenzialmente per la scala dei tempi. In esse si possono distinguere varie fasi. Ciò che caratterizza le fasi non è il tempo trascorso a partire dal massimo di luce ma la diminuzione della luminosità della stella. Le variazioni di luminosità sono accompagnate da variazioni spettrali. Le varie fasi sono elencate in tab. 2 .

b) Esplosione di una nova

Le cause dell'improvviso, drammatico aumento di luce nella nova sembra possano ricondursi unicamente allo sviluppo di reazioni nucleari sulla superficie della stella. Secondo Schatzman (1949), che per primo ipotizzò questa origine termonucleare, esistono processi di aumento di temperatura sulla superficie di una nana bianca che innescano tali reazioni e provocano la trasformazione delle condizioni fisiche degli strati superficiali della stella, a seguito della quale la materia di questi è proiettata violentemente nello spazio. L'esplosione quindi interessa gli strati unicamente vicini alla superficie. Ciò sembra dimostrato dal fatto che le condizioni della stella durante le fasi di quiescenza appaiono sostanzialmente le stesse prima e dopo l'esplosione; come se quest'ultima non avesse distrutto o modificato il carattere della stella. Alla superficie di questa nana bianca l'aumento di temperatura può essere provocato da " accretion " dal mezzo interstellare, come suggerito da Truran et al. (1977).

In alternativa a questo modello di stella singola, esistono numerose indicazioni che l'accrescimento che provoca l'esplosione termonucleare sia dovuto allo scambio di massa su una nana bianca che fa parte di un sistema binario.

Lo studio dei processi fisici negli involucri in espansione sembra però poco influenzato dalla presenza di una stella singola o di un sistema binario all'interno di questi. Il diametro di un sistema binario è sempre piccolo rispetto all'estensione dell'involucro. Processi fisici come ionizzazione, raffreddamento o riscaldamento del gas dipendono essenzialmente dal campo di radiazione dell'oggetto centrale e dal suo diametro. In genere, per semplicità, nei modelli si suppone che questo irradia come un corpo nero. L'unica ipotesi di base è che l'oggetto, singolo o binario, emetta una shell come risultato di una attività esplosiva.

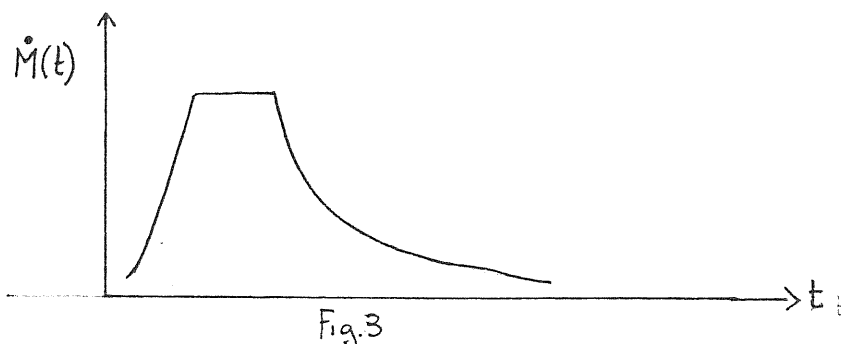
I processi fisici e la loro evoluzione nel tempo sono analizzati in questo lavoro dal momento che l'involuppo si forma finchè arriva a grande distanza dall'oggetto centrale.

c) Modello di emissione della shell

- L'emissione di materia nel tempo

Nel modello di MacLaughlin (1943) la sorgente centrale di radiazione è un oggetto indisturbato circondato da un sottile strato superficiale dove avvengono i fenomeni esplosivi e durante i quali la maggior parte della materia che forma lo strato viene espulsa.

Il modello considera un "burst" principale seguito da una emissione continua di materia, che diminuisce stazionariamente nel tempo, secondo il grafico di fig.3



L'espansione di questo involucro di materia è accompagnata da un conseguente raffreddamento.

Il declino finale probabilmente si riferisce all'espansione dell'involucro totale dopo che l'emissione di materia è cessata.

Nella fase di post-nova l'oggetto torna gradualmente ad una situazione simile allo stadio di pre-nova.

-- Descrizione qualitativa dell'espansione della shell .

Il modello di Pottash (1959b) basato sulla descrizione di esplosione di McLaughlin (1943) considera l'involuppo come una shell a simmetria sferica, che circonda una stella di data massa e temperatura.

La shell, formatasi dopo il burst principale, si trova a temperatura (inizialmente quella della stella da cui ha avuto origine) e densità uniformi, questa ultima varia inversamente al quadrato del volume della shell; l'espansione avviene a velocità costante.

All'inizio la shell che inviluppa la fotosfera stellare è completamente ionizzata. Per semplicità descriviamo il caso di una shell di puro idrogeno.

L'energia cinetica acquisita dalla shell fa sì, nel nostro semplice modello, che questa si stacchi dalla stella ad un certo istante e si espanda. Per esempio a velocità costante, come noi assumeremo, e con conservazione della massa. Durante le prime fasi dell'espansione il materiale gassoso della shell è tutto ionizzato, e la radiazione della stella calda passa indisturbata attraverso la shell stessa. Non ci accorgiamo ancora dell'esplosione perchè non viene modificato il flusso di radiazione emesso dalla stella.

Ad un certo istante t_0 , istante in cui la magnitudine visuale comincia a salire, avviene il seguente fenomeno: gli strati più esterni della shell in espansione assorbono parzialmente i fotoni ^{UV} della stella e li trasformano in fotoni nel dominio ottico, cioè agiscono come uno schermo fluorescente.

Quello che avviene in realtà è questo: l'espansione ~~ed~~ il raffreddamento della shell produce in questi strati esterni una situazione in cui i processi di ricombinazione diventano via via più importanti, e quindi non siamo più in un ambiente di puro idrogeno ionizzato ma si crea un "obscuring layer" di idrogeno parzialmente ionizzato, che agisce come una fotosfera (nella letteratura indicata come pseudo-fotosfera).

I fotoni Lyman dalla stella vengono assorbiti e trasformati in fotoni nel vi-

sibile .

Man mano che la shell si espande l'oscuring layer diventa sempre più importante, finchè, al massimo della curva di luce visibile, assorbe il massimo numero di fotoni Lyman emessi dalla stella. Da quell'istante l'ulteriore espansione della shell produce un " leakage " di fotoni Lyman dalla stella e la magnitudine visuale comincia a discendere, e così via finchè la shell esterna è così diluita da non essere capace di assorbire ulteriori fotoni; quindi la stella ritorna in uno stadio simile a quello di pre-nova.

E' interessante anche spiegare, sempre da un punto di vista qualitativo, come si forma il pre-maximum halt della curva di fig. 2 . Questo è un effetto combinato dovuto al raffreddamento degli strati della shell ed alla radiazione ionizzante della stella. Durante l'espansione la shell si raffredda; ad un certo istante il raffreddamento è così forte e nello stesso tempo la radiazione della stella così insufficiente che la salita nella curva di luce si arresta e riprende, subito dopo, non appena si ristabilisce l'equilibrio tra raffreddamento della stella ed input energetico da parte della stella.

Ci sono altre fasi caratteristiche nelle curve di luce delle novae associate ad importanti cambiamenti nello spettro.

La più spettacolare è quella, la fase di transizione, del passaggio dalla fase di pseudo-fotosfera a quella di nebula, cioè il passaggio da una situazione della shell in cui è ancora importante l'assorbimento di fotoni ultravioletti stellari ad una fase in cui il processo diventa via via trascurabile. Durante questa fase il declino in luce può essere progressivo oppure oscillare di qualche decimo di magnitudine, oppure può essere molto rapido per poi risalire successivamente ; in quest'ultimo caso tale comportamento della curva di luce è ascritto alle probabili formazioni di grani di polvere esternamente alla shell.

Riassumendo, quindi Pottash (1959b) riproduce i primi stadi della curva di luce schematica di una nova, nel visibile, considerando un modello di shell che si espande e si raffredda radiativamente.

d) Condizioni fisiche nella shell.

Per ricostruire una curva di luce, in un qualunque intervallo spettrale, da un dato modello di shell, è necessario calcolare l'emissione di radiazione in quell'intervallo spettrale e quindi il grado di ionizzazione nella shell in funzione della posizione e nel tempo.

Gotrian (1937) in uno studio della curva di luce di Nova Her 1934, determina l'evoluzione nel tempo del grado di ionizzazione mediato però su tutta la shell.

Sobolev (1950) riconsidera il problema e calcola l'evoluzione nel tempo del grado di ionizzazione in funzione della posizione per una shell sia otticamente spessa che otticamente sottile. Infatti se la luminosità e la temperatura della stella rimangono costanti nel tempo, a causa dell'espansione, la shell, dopo il massimo della curva di luce passa gradualmente da una condizione otticamente spessa alla radiazione stellare ad una otticamente sottile poichè il numero di ricombinazioni diminuisce.

Il tempo caratteristico per le ricombinazioni in un gas ionizzato di idrogeno è approssimativamente:

$$t_{rec} \approx \frac{1}{n_e \alpha_B(T_e)} \approx \frac{4.5 \times 10^7}{n_e} \quad (1)$$

dove α_B è il coefficiente di ricombinazione per tutti i livelli escluso il livello fondamentale (gli ioni H che si ricombinano a livello fondamentale emettono fotoni a loro volta capaci di ionizzare e quindi non vengono contati nel coefficiente α_B).

Ne, la densità di elettroni liberi, diminuisce con il quadrato della distanza, quindi t_{rec} aumenta corrispondentemente.

Il grado di ionizzazione nei vari punti della shell ad un dato istante può essere calcolato considerando i seguenti processi fisici: assorbimento di radiazione stellare da parte di atomi neutri, scattering della radiazione prodotta nella shell e processi collisionali.

Si viene a creare una situazione in cui ad una regione interna della shell completamente ionizzata segue, dopo una rapida diminuzione della ionizzazione, una regione prevalentemente neutra; come è stato osservato da Strömgren nello studio della separazione di regioni HII e HI illuminate da una stella O. Nel caso di Strömgren lo scattering della radiazione non era preso in considerazione; nel modello di Pottash essa è presa in considerazione ed ha lo effetto di aumentare l'estensione della regione ionizzata mantenendo però la rapida diminuzione della ionizzazione.

La regione di parziale ionizzazione che abbiamo chiamato obscuring layer, emetterà come una fotosfera, di solito viene osservata radiazione simile a quella di una super-gigante A o B; ^{ovvero la sua curva} il continuo proveniente da questa fotosfera formerà quella che è chiamata ^{nel continuo} curva di luce. Ovviamente la radiazione nel continuo di Balmer si formerà in strati più esterni che non quella proveniente dai continui di Paschen e Brackett. Probabilmente ci sarà un "fase lag" tra le curve di luce nell'UV e nel visibile. Questo è suggerito dalla fig. 4 dove sono riportate le curve di luce nell'UV, VIS, IR della Nova Cyg 1978, riportate da Stickland et al. (1981) .

Il modello di Pottash assume una stella di $M=10^{2.9}$ g, una velocità di espansione $v=800$ Km/s, raggio e temperatura della stella $T=2 \times 10^4$ K, $R=2 \times 10^{10}$ cm e riproduce la curva di luce schematica delle novae. In fig. 5 è riportata la curva di luce dedotta da Pottash.

Anche se i valori di M, v, R e T adoperati sono soltanto delle approssimazioni dei valori reali, i risultati ottenuti non si discostano molto dai dati

osservativi.

La shell rimane otticamente spessa durante i primi tre giorni e si raffredda in questo intervallo di tempo da 200'000 K a 10'000 K. Dopo il terzo giorno diventa otticamente sottile nel visibile e la luminosità comincia a decrescere. La luminosità e la temperatura della shell in funzione del tempo corrispondono alla curva di luce ed alle variazioni di temperatura osservate per novae della stessa classe di velocità.

In particolare si nota il balzo ("bump") iniziale molto simile a quello che nelle curve di luce osservate viene chiamato pre-maximum halt (fig. 2).

e) Schema della tesi.

L'idea base di questo lavoro si riferisce a quanto già accennato in precedenza sul fatto che esiste almeno un'osservazione di curve di luce nei differenti range spettrali dell'UV,VIS,IR ma non è stato ancora fatto un modello che le riproduca.

Il modello da noi considerato ha le seguenti approssimazioni:

- una shell di puro H, sferica che circonda una stella di dato raggio e temperatura.
 - la superficie interna della shell si allontana a velocità V costante, l'espansione della shell è data dalla conservazione della massa della shell stessa (vedi equazioni nel testo).
- In pratica un solo "burst" di mass loss senza la coda illustrata in fig.3
- la shell è omogenea ed isoterma
 - la soluzione dell'equazione del trasporto per il campo di radiazione nella shell è basata sull'ipotesi che, localmente, tutti i fotoni generati in un punto nella shell vengano subito assorbiti nell'intorno di quel punto (on-the-approximation).
 - assumiamo un modello per l'atomo di H con quattro livelli legati più il continuo.

Nel capitolo seguente verrà discusso il modello di shell e come si calcolano gli stati di ionizzazione.

Nel cap. III verrà descritto il metodo di calcolo per le curve di luce e si discuteranno le approssimazioni fatte per il modello di atomo.

Nel cap. IV saranno presentati i risultati più rilevanti e le conclusioni.

II. IL MODELLO DI SHELL E LA STRUTTURA DI IONIZZAZIONE

a) Il modello

Supponiamo che al tempo $t=0$ la shell si trovi ancora legata alla stella, cioè se R è il raggio interno della shell, R_s il raggio della stella sarà a

$$(2) \quad \begin{array}{l} t=0 \quad R=R_s \\ t \text{ istante} \quad R=R_s+Vt \\ \text{generico} \end{array}$$

Data la massa M totale e la densità n di atomi di H nella shell, lo spessore r di questa si calcola dall'ipotesi che la massa nella shell si conservi, dalla semplice relazione:

$$(3) \quad \frac{M}{M \times M_H} = \frac{4}{3} \pi [(R+z)^3 - R_s^3]$$

con m_H = massa dell'atomo di H.

Per cui a

$$t=0 \quad R = R_s$$

n_0 densità di H (atomi/cm³)

t istante generico

$$(5) \quad z = \left(\frac{4}{3} \pi \frac{M}{M_H} + R_s^3 \right)^{1/3} - R_s$$

La densità n nella shell varia nel tempo, a causa dell'espansione

a velocità costante, come:

$$(6) \quad m(t) = \frac{M_0 R_s^2}{R^2}$$

nell'ipotesi $r \ll R$

b) La struttura di ionizzazione.

Il processo dominante per la ionizzazione è l'assorbimento, da parte del gas della shell, di fotoni ultravioletti provenienti dall'oggetto centrale.

La trattazione teorica di questo problema è quella, già ben nota, di Strömgren (1939,1948). Egli trova che, per una shell o una nube di gas che circonda una stella, ad una certa distanza che dipende dalla temperatura della stella, dalla temperatura elettronica del gas e dalla densità totale di idrogeno, la ionizzazione decresce rapidamente. Questa regione ionizzata è chiamata sfera di Strömgren.

Strömgren considera però soltanto la ionizzazione dovuta al flusso di radiazione proveniente dalla stella.

E' presente, invece, anche la radiazione diffusa nella shell, cioè la radiazione prodotta nella shell a causa di ricombinazioni al livello fondamentale.

Un quanto nel continuo di Lyman assorbito nella shell e restituito al campo di radiazione a seguito di ricombinazione al livello fondamentale continuerà a penetrare nella shell e quindi la regione ionizzata risulterà più estesa.

L'influenza del campo di radiazione diffuso sulla ionizzazione è stata messa in evidenza dal lavoro di Pottash (1959c). Dalla fig. 6 è facile vedere che il campo di radiazione diffuso penetra più a fondo nella shell che il solo campo proveniente dalla stella, estendendo così le dimensioni della regione ionizzata.

Se la stella irradia come un corpo nero il flusso alla superficie interna della shell sarà quello della stella diminuito di un fattore di diluizione:

$$\pi F(\nu, T_s) = \left(\frac{R_s}{R_s + r} \right)^2 \pi B(\nu, T_s) \quad (7)$$

Supponiamo che la shell sia inizialmente otticamente spessa alla radiazione ionizzante nel continuo di Lyman proveniente dalla stella. Sotto queste condizioni tutti i fotoni nel continuo di Lyman emessi dalla stella sono assorbiti dalla shell per ionizzare gli atomi di H, ed i fotoni che si generano dalla ricombinazione degli elettroni con i nuclei di H sono nuovamente assorbiti nella shell. La ionizzazione completa sarà ristretta ad una regione più interna detta sfera di Strömgren; questa sarà in genere circondata da uno strato parzialmente ionizzato.

In prima approssimazione risolveremo l'equazione di ionizzazione in un caso statico e successivamente considereremo l'integrazione nel tempo.

c) L'equazione della ionizzazione.

Se n è la densità di ioni nella shell, la sua variazione è dovuta ai seguenti processi:

1) ionizzazione dovuta alla radiazione diretta proveniente dalla stella:

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_s$$

2) ricombinazione: $\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{rec}$

3) ionizzazione dovuta alla radiazione diffusa nella shell: $\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{diff}$

4) espansione della shell: $\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{exp}$

5) collisioni: $\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{coll.}$

Analizziamo singolarmente i processi considerati:

1)

Per quanto riguarda la ionizzazione dovuta alla radiazione stellare è sufficiente considerare solo le ionizzazioni da atomi nel livello fondamentale. Osterbrock (1962) dimostra, infatti, che le ionizzazioni dal primo livello eccitato avvengono soltanto in una regione molto stretta della parte più interna della shell. I quanti $Ly\alpha$ sono i responsabili per l'eccitazione degli atomi di H al primo livello. Se $Q = 6 \times 10^{-6} \tau_\alpha$, con $\tau_\alpha = 2 \times n_1$ profondità ottica al centro della riga, n_1 popolazione a livello fondamentale, è il numero di scattering per i quanti $Ly\alpha$ e $\lambda = 2.8 \times 10^{-13} M_e$, n_e densità di elettroni liberi, la probabilità che questi siano distrutti per transizioni dal livello 2p al 2s (emissione a 2 quanti), dalla relazione $Q = 1/\lambda$ segue che $\tau = 7.7 \times 10^{21} / (M_1 M_e^{4/2})$ e per valori di $n_1 : 10^6 - 10^9 \text{ cm}^{-3}$ e $n_e : 10^9 - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ segue che $r : 2 \times 10^7 - 2 \times 10^{11} \text{ cm}$, quantità piccola rispetto alle dimensioni tipiche trovate per la regione ionizzata nella shell ($10^{13} - 10^{14} \text{ cm}$).

Sotto questa ipotesi, quindi il numero di fotoionizzazioni è dato da:

$$4\pi M_1 \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{k_{\nu} J_{\nu} d\nu}{h\nu} \quad (8)$$

dove $4\pi k_{\nu} J_{\nu} d\nu$ è l'energia assorbita da un atomo nell'intervallo $d\nu$;
 $h\nu$ l'energia di un singolo fotone, $\nu_0 = 3.39 \times 10^{15} \text{ Hz}$ è la frequenza al limite di Lyman, k_{ν} è il coefficiente di assorbimento dato dalla legge di Kramer $k_{\nu} = \alpha_{\nu} \left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^3$, uguale al limite della serie ($\nu = \nu_0$) a $\alpha_0 = 6.3 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$ sezione d'urto di ionizzazione.

La radiazione proveniente dalla stella è assorbita nella shell, per cui è ridotta di un fattore $e^{-\tau_0}$ e $e^{-\tau_0(\nu_0/\nu)^3}$ con $\tau_0 = \int_0^z \alpha_0 n_1 dz$ profondità ottica a $\nu = \nu_0$.

Per cui dalla (7) segue:

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial t}\right)_S = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{R_s}{R_s + vt}\right)^2 \alpha_0 \nu_0^3 M_1 \int_0^{\frac{1 - \tau_0 \varphi^3}{\varphi(e^{\varphi_1/\varphi} - 1)}} d\varphi \quad (9)$$

con $\varphi = \nu_0/\nu$ e $\varphi_1 = h\nu_0/kT_s$.

2)

Il numero di ricombinazioni è proporzionale alla densità ionica ed elettronica, grandezze uguali in un gas di puro H.

Se $4\pi \epsilon_{\nu} d\nu$ è l'energia emessa da un atomo nell'intervallo $d\nu$, il numero di ricombinazioni è:

$$M_i 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\epsilon_{\nu} d\nu}{h\nu} = M_i \left\{ \frac{4\pi}{c^2} M_e \frac{g_e}{g_i} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e}\right)^{3/2} e^{h\nu_0/kT_e} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\nu^3 k_0 e^{-h\nu/kT_e}}{h\nu} d\nu \right\} \quad (10)$$

$$= M_i M_e C_{rec}^{\infty}$$

con C_{rec}^{∞} coefficiente di ricombinazione a tutti i livelli.

($C_{rec}^{\infty} = 4.167 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ per $T = 10^4 \text{ K}$, da Sestou 1959)

Per cui

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{rec} = - C_{rec}^{\infty} n_i^2 \quad (11)$$

3)

Il campo di radiazione diffusa, come già detto, è il campo prodotto nella shell dalle ricombinazioni al livello fondamentale dell'atomo di H, dato che le ricombinazioni ai livelli eccitati darebbero dei fotoni con energia non sufficiente ad ionizzare altri atomi neutri di H.

Trovare il contributo del campo diffuso, J_{ν}^{diff} , significa risolvere l'equazione del trasporto per questa radiazione, e quindi calcolare la funzione sorgente del campo. Quest'ultima però dipende dal rapporto delle popolazioni n_i/n_1 che dipendono da J_{ν}^{diff} , per cui occorre una soluzione simultanea dell'equazione del trasporto e delle equazioni dell'equilibrio statistico.

Il problema sarebbe di facile soluzione se la shell fosse otticamente sottile alla radiazione stellare, perchè in questo caso sarebbe poco probabile che un quanto stellare fosse assorbito nella shell, ed ancora meno probabile che un'assorbimento fosse seguito da una ricombinazione e quindi riemissione dello stesso quanto. In questo caso, quindi, il contributo del campo diffuso alla ionizzazione sarebbe nullo.

Per una shell otticamente spessa alla radiazione UV, ogni fotone del campo diffuso sarebbe subito riassorbito nella shell, e quindi il numero di emissioni sarebbe uguale al numero di assorbimenti in tutto il volume della shell:

$$4\pi \int \frac{\epsilon_{\nu} d\nu}{h\nu} = 4\pi \int \frac{\chi_{\nu} J_{\nu}^d d\nu}{h\nu} \quad (12)$$

Se questa condizione si verifica localmente nella shell (on-the-spot approximation):

$$\varepsilon_\nu = \chi_\nu J_\nu^{diff} \quad (13)$$

con ε_ν coefficiente di emissione

$$\varepsilon_\nu = \frac{1}{4\pi m} m_e^2 \bar{\sigma}_L(\nu_e) f(\nu_e) h^2 \nu \quad (\text{erg s}^{-1} \text{H}^{-1} \text{sterad}^{-1}) \quad (14)$$

m =massa elettrone; $\bar{\sigma}_L(\nu_e)$ coefficiente di ricombinazione al livello fondamentale; ν_e e $f(\nu_e)$ velocità e distribuzione di velocità degli elettroni; χ_ν coefficiente di assorbimento: $\chi_\nu = m_1 \kappa_0$ (cm^{-1})

Se si assume che la distribuzione in energia degli elettroni sia maxwelliana si ha:

$$J_\nu^{diff} = 2 \frac{m_e^2}{m_1} \frac{h^4 \nu^3}{c^2} \frac{e^{-(h\nu - h\nu_0)/kT_e}}{(2\pi m k T_e)^{3/2}} (\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{H}^{-1} \text{sterad}^{-1}) \quad (15)$$

Il contributo alla ionizzazione ad una certa profondità ottica $\tilde{\tau}_0$, si ottiene integrando su tutta la shell e per tutte le frequenze, per cui:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial M_i}{\partial t}\right)_{diff} &= 2\pi m_1 \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\nu_0}^{\infty} \int_0^{\tau_0^{ex}} J(\nu, \tau_0') e^{-(\nu_0/\nu)^3 |\tau_0 - \tau_0'| / \cos\theta} \\ &\times d_0 \left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^6 \sec\theta \frac{d\tau_0'}{\cos\theta} \frac{d\nu}{h\nu} d\theta + 2\pi m_1 \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\nu_0}^{\infty} \int_0^{\tau_0^{ex}} J(\nu, \tau_0') e^{-(\nu_0/\nu)^3 |\tau_0 + \tau_0'| / \cos\theta} \\ &\times d_0 \left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^6 \sec\theta \frac{d\tau_0'}{\cos\theta} \frac{d\nu}{h\nu} d\theta \end{aligned} \quad (16)$$

Il primo integrale tiene conto delle ionizzazioni dovute a radiazione nell'intorno del punto considerato, il secondo il contributo dalle rimanenti parti della shell. Facendo le opportune sostituzioni si ottiene:

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial t}\right)_{diff} = \frac{4\pi}{c^2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e}\right)^{3/2} \alpha_0 v_0^3 M_1 \int_0^{\tau_0^{ex}} \int_0^{\tau_0^{ex}} \frac{M_i^2}{M_1} e^{-\varphi_2(1-4\varphi)} \varphi^2 \cdot [E_1 \{ \varphi^3 | \tau_0 - \tau_0' | \} + E_1 \{ \varphi^3 (\tau_0 + \tau_0') \}] d\varphi d\tau_0' \quad (17)$$

con τ_0 profondità ottica nel continuo di Lyman, τ_0^{ex} al limite più esterno della shell; $\varphi_2 = h\nu_0 / kT_e$.

4)

Nel caso in cui si considera soltanto l'espansione, la densità totale di atomi di H e quella ionizzata hanno la stessa dipendenza temporale.

Quando t è molto grande e quindi $R \gg R_s$, $v \gg r$:

$$n(t) \approx n(0) \frac{(R_s + v_0)^3 - R_s^3}{\{(V+v)^3 - V^3\} t^3} \quad (18)$$

da cui

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{exp} = - \frac{3n}{t} \quad (19)$$

e quindi

$$\left(\frac{\partial M_i}{\partial t}\right)_{exp} = - \frac{3 M_i}{t} \quad (20)$$

5)

Il numero di ionizzazioni collisionali dipende dalla densità n_e e dal numero

di atomi non ionizzati $(n-n_i)$.

Se C_{ci} è il rate collisionale ($C_{ci} = 1.16 \times 10^{-15}$ per $T_e \sim 10^4$ K

$$\left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{coll} = C_{ci} (n - n_i) n_e \quad (21)$$

L'effetto delle collisioni non è importante nelle regioni della shell completamente ionizzate, perché la ionizzazione sarebbe dominata soltanto da processi radiativi, mentre diventa notevole nelle regioni esterne parzialmente io-

nizzate.

La variazione totale di ioni è:

$$\frac{dn_i}{dt} = \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_S + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{re} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{diff} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{exp} + \left(\frac{\partial n_i}{\partial t}\right)_{coll} \quad (22)$$

In funzione del grado di ionizzazione $f = n_i/n$ si scrive:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{C_{re}}{2\pi} \left(\frac{R_s}{R_s + Vt}\right)^2 \alpha_0 \nu_0^3 (1-f) - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{diff} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{exp} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$$

$$- C_{re} n f^2 + \frac{4\pi}{h^2} \left(\frac{2\pi m k T_e}{h^2}\right)^{3/2} \alpha_0 \nu_0^3 n (1-f) - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{diff} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{exp} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$$

$$n \nu_0^3 (1-f) \left[E_1 \nu_0^3 (T_0 - T_0') + E_2 \nu_0^3 (T_0 + T_0') \right] \left[\frac{d\nu_0}{dt} \right]$$

(23)

$$+ C_{ci} (f - f^2)$$

d) Soluzione dell'equazione di ionizzazione.

1) Caso statico:

Nel caso statico il grado di ionizzazione si calcola dal bilancio tra processi di ionizzazione e processi di ricombinazione: $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$.
Se si fa l'ipotesi che il termine $f^2/(1-f)$ nella eq. (23) non vari troppo rapidamente con τ_0 , l'equazione (23) si riduce ad una equazione di secondo grado in f .

In particolare il termine di diffusione diventa:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{diff} \approx \frac{4\pi}{c^2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e}\right)^{3/2} \alpha_0 \nu_0^3 m f^2 \int_0^1 \frac{1}{\varphi} e^{\varphi_2(1-1/\varphi)} \left[E_2 \left\{ \varphi^3 (\tau_0^{ex} - \tau_0) \right\} - E_2 \left\{ \varphi^3 (\tau_0^{ex} + \tau_0) \right\} \right] d\varphi. \quad (24)$$

Nei due casi estremi:

- shell otticamente sottile

$$\tau_0^{ex} \rightarrow 0 \quad E_2 \rightarrow 1 \quad \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{diff} \rightarrow 0$$

- shell otticamente spessa

$$\tau_0^{ex} - \tau_0 \gg 1 \quad E_2 \rightarrow 0$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{diff} = \frac{8\pi}{c^2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e}\right)^{3/2} \alpha_0 \nu_0^3 m f^2 e^{\varphi_2} E_1(\varphi_2) \quad (25)$$

Nei casi intermedi gli integrali

$$\int_0^1 \frac{1}{\varphi} e^{\varphi_2(1-1/\varphi)} E_2 \left\{ \varphi^3 (\tau_0^{ex} \pm \tau_0) \right\} d\varphi$$

agiscono da termini di correzione (Bosma 1975).

Sotto questa ipotesi l'eq. (23) diventa:

$$f^2 + f \frac{A}{B - C(\tau_0^{ex}, \tau_0)} \int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi (e^{\varphi_2/\varphi} - 1)} d\varphi - \frac{A}{B - C(\tau_0^{ex}, \tau_0)} \int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi (e^{\varphi_2/\varphi} - 1)} d\varphi = 0 \quad (26)$$

con

$$A = \frac{2\pi}{c} \left(\frac{R_s}{R_s + vt} \right)^2 \alpha_0 v_0^3 \quad (27)$$

$$B = 4.167 \times 10^{-13} M \quad (28)$$

$$\alpha(\tau_0^e, \tau_0) = \frac{4\pi}{c^2} \left(\frac{h^2}{2\pi m k T_e} \right)^{3/2} \alpha_0 v_0^3 M \left[2e^{\varphi_2} E_1(\varphi_2) - \int_0^1 \frac{1}{\varphi} e^{\varphi_2(1-1/\varphi)} \cdot \right. \\ \left. \cdot [E_2 \{ \varphi^3 (\tau_0^{ex} - \tau_0) \} + E_2 \{ \varphi^3 (\tau_0^{ex} + \tau_0) \}] d\varphi \right] \quad (29)$$

Fissata quindi una griglia di valori per la profondità ottica τ_0 (vedi Appendice 2) si risolve l'eq. (26) e quindi le integrazioni per intervalli di τ_0 .

Per rapidità di calcolo sono state usate le approssimazioni suggerite da Bosma (1975) per gli integrali nell'eq. (26) (vedi Appendice 3).

La distanza geometrica nella shell si calcola anche per intervalli in τ_0 dalla relazione:

$$\Delta z = \Delta \tau_0 / k_0 M (1-f) \quad (30)$$

(vedi Appendice 4).

2) Caso dipendente dal tempo.

Integriamo l'equazione di ionizzazione:

$$\frac{df}{dt} = A(\tau_0, t) (1-f) - B(t) f^2 + C(t) (f-f^2) + C(\tau_0^{ex}, t) f^2 \quad (31)$$

per intervalli di tempo successivi.

Fissato un istante t_1^- si calcola la soluzione statica $f(t_1)$. Dato un istante

te successivo t_2 , se si fa l'ipotesi che nell'intervallo $(t_2 - t_1)$ i coefficienti A , B , C e $C(t)$ siano in prima approssimazione costanti o che f vari più rapidamente di questi, si possono ricavare i nuovi valori di f dall'equazione:

$$t_2 - t_1 = \int_{f(t_1)}^{f(t_2)} \frac{df}{A(1-f) - Bf^2 + C(f-f^2) + C(t)f} \quad (32)$$

Dalla nuova distribuzione trovata per $f(t_2)$ si passa agli istanti successivi $t_3, t_4 \dots$ con la stessa procedura.

Dal grado di ionizzazione così ottenuto, in funzione della posizione nella shell e del tempo, si può risalire all'emissione di radiazione in differenti bande spettrali e costruire le curve di luce.

III. EMISSIONE ED ASSORBIMENTO DI RADIAZIONE DELLA SHELL E CALCOLO DELLA CURVA DI LUCE.

a) Emissione.

I processi considerati per l'emissione di radiazione sono le ricombinazioni di elettroni nei vari livelli considerati dell'atomo di H (nella nostra approssimazione consideriamo i primi quattro livelli più il continuo).

Per quanto riguarda l'emissione di radiazione visibile i processi di emissione sono principalmente due:

- ricombinazione al terzo e al quarto livello;
- emissione da formazione di ioni H^- .

Il primo processo è importante nella regione ionizzata, sebbene sia possibile che per shell otticamente spesse la radiazione in questa regione sia completamente assorbita e si osservi radiazione da questo processo solo dalla regione parzialmente ionizzata.

Il secondo processo a poca importanza nella regione ionizzata, poiché il numero di atomi di H neutro è basso, e l'emissione di radiazione per ricombinazione domina. Mentre nelle regioni parzialmente ionizzate la formazione di H^- può dare contributo all'emissione di radiazione visibile.

In questa prima versione del lavoro abbiamo trascurato questo secondo processo.

In un intervallo spettrale (ν_A , ν_B) la radiazione emessa per ricombinazione è data (Aller 1953):

$$E_{rec}(\tau) = \int_{\nu_A}^{\nu_B} E_{rec}(\nu, \tau) d\nu = K \frac{h_i \cdot u_e}{T_e^{1/2}} g_x \sum_{u=u_1}^{\infty} \frac{e^{-h\nu_u/kT_e}}{n^3} \int_{x_A}^{x_B} e^{-x} dx \quad (33)$$

(erg $s^{-1} cm^{-3}$)

con

$$K = 4.5 \times 10^{-22}$$

$g = 1$ fattore di Gaunt,

$$x = h \nu' / kT_e$$

con

ν_A	ν_B	m
912 A	2600 A	2
5400 A	5500 A	3
1.2 μ	20 μ	4

L'emissione \mathcal{E} per unità di volume è ottenuta facendo una media pesata dei valori $\mathcal{E}(\nu)$ sul volume totale della shell:

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{\int_V \mathcal{E} dV}{Vol.} \quad (34)$$

b) Il modello di atomo di H ed il calcolo delle popolazioni dei livelli.

Consideriamo un atomo di H a quattro livelli più il continuo. Per il calcolo delle popolazioni assumiamo che valga l'equilibrio statistico e risolviamo le equazioni dell'equilibrio statistico considerando solo processi collisionali come sorgenti di eccitazione e diseccitazione dei livelli. Approssimazione valida quando la shell è otticamente spessa a tutte le lunghezze d'onda interessate per transizioni radiative, che sono quindi, con buona approssimazione, in bilancio dettagliato. Sotto questa ipotesi le equazioni dell'equilibrio statistico per un atomo di H con quattro livelli legati più il continuo si scrivono:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 (C'_{12} + C'_{13} + C'_{1k} + C'_{14}) - u_2 C'_{21} - u_3 C'_{31} - u_4 C'_{41} = C'_{i1} n_i \\ - n_1 C'_{12} + u_2 (C'_{21} + C'_{23} + C'_{24} + C'_{2i}) - u_3 C'_{32} - u_4 C'_{42} = C'_{i2} n_i \\ - n_1 C'_{13} - u_2 C'_{23} + u_3 (C'_{31} + C'_{32} + C'_{34} + C'_{3i}) - u_4 C'_{43} = C'_{i3} n_i \\ - n_1 C'_{14} - u_2 C'_{24} - u_3 C'_{34} + u_4 (C'_{43} + C'_{42} + C'_{41} + C'_{4i}) = C'_{i4} n_i \end{array} \right. \quad (35)$$

con

$$C_{ek} = C'_{ek} \cdot n_i = 1.55 \times 10^{13} T^{-1/2} \bar{g}_i \alpha(0) e^{-\alpha} \alpha^{-1} \cdot n_i \quad (36)$$

$\alpha = h\nu_{ek}/kT_e$; $\bar{g}_i = 0.1$, $\alpha(0)$ sezione d'urto di fotoionizzazione

$$C_{kl} = C'_{kl} \cdot n_i^2 = 3.19 \times 10^{-3} g_e / (4 T^2 \bar{g}_i \alpha(0) \alpha^{-1} n_i^2) \quad (37)$$

$g_e =$ peso statistico del livello l , $\alpha(0) =$ funzione di partizione

(de Jefferies 1968)

Il sistema di equazioni (35) può essere semplificato con le seguenti ipotesi:

- conosciamo ad ogni τ_0 ed r nella shell la popolazione nel continuo n_1 , dalla soluzione dell'equazione della ionizzazione;
- in un dato istante t , la densità totale di atomi $n(t) = \text{cost.}$ o

$$n_1(\tau_i) + n_2(\tau_i) + n_3(\tau_i) + n_4(\tau_i) = n(t) - n_i(\tau_i) \quad (38)$$

Per cui basta risolvere il sistema di quattro equazioni nelle quattro incognite n_1, n_2, n_3 e n_4 .

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 (C'_{12} + C'_{13} + C'_{1i} + C'_{14}) - n_2 C'_{21} + n_3 C'_{31} - n_4 C'_{41} = C'_{i1} n_i \\ - n_1 C'_{12} + n_2 (C'_{21} + C'_{23} + C'_{24} + C'_{2i}) - n_3 C'_{32} - n_4 C'_{42} = C'_{i2} n_i \quad (39) \\ - n_1 C'_{13} - n_2 C'_{23} + n_3 (C'_{31} + C'_{32} + C'_{34} + C'_{3i}) - n_4 C'_{43} = C'_{i3} n_i \\ n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = N - n_i \end{array} \right.$$

c) L'assorbimento.

La maggior parte della radiazione emessa nella regione ionizzata della shell è assorbita in quella parzialmente ionizzata.

Il coefficiente di assorbimento è dato dalla somma, estesa a tutti i livelli che possono assorbire ad una data frequenza ν (tutti gli n tali che $\nu_n \ll \nu$), dei prodotti tra la sezione d'urto a livello n per la densità di atomi di H in quel livello.

La sezione d'urto di ionizzazione del livello n alla frequenza ν è data (per un atomo di H):

$$\alpha_{\nu}(n) = 1.02 \times 10^{-2} \lambda^3 g(\nu) / n^5 \quad (40)$$

con $g(\nu)$ fattore di Gaunt.

Il calcolo del coefficiente di assorbimento è ricondotto quindi al calcolo delle popolazioni nei livelli eccitati dell'atomo di H.

Supponiamo che la regione in cui l'assorbimento comincia ad avere importanza abbia uno spessore a definito come la differenza tra il raggio massimo della shell (ottenuto, in ogni istante t , dalla condizione di conservazione della massa nella shell) e il valore della profondità r nella shell corrispondente a $f \approx 0.5$.

Il valore dell'opacità in ogni punto della shell di spessore a sarà:

$$K_{\nu}(z, t) = \left[\sum_{l=2}^4 \alpha_{\nu}(l) n_e(z, t) \right] \cdot a \quad (41)$$

con $m = 2, 3, 4$ per UV, V, IR e con $\alpha_{\nu}(l)$ dato dalla eq. (40).

Il valore totale dell'opacità ad una certa frequenza ν e a un certo istante t è ottenuto facendo una media pesata dei valori per ogni r sul volume dello strato assorbente considerato.

d) Le curve di luce.

Per il calcolo dell'emissione totale di radiazione della shell procediamo calcolando dapprima l'emissione totale (emissione + assorbimento) per un asfera che abbia una emissione omogenea e sia circondata da uno strato assorbente di spessore a anch'esso omogeneo, e sottraendo successivamente il contributo all'emissione della parte interna tra la stella e la shell (vedi Fig. 7).

Indichiamo con

- R raggio esterno della shell,
- b raggio interno della shell,
- a spessore dello strato assorbente.

Consideriamo un elemento di volume tra i coni definiti dagli angoli θ e $\theta + d\theta$ e nell'intervallo $(l, l + dl)$ (vedi Fig. 7). La radiazione prodotta in un punto di questo elemento di volume, che attraversa una superficie di area unitaria alla sommità del cono perpendicolare al suo asse, e confinata in un angolo solido $\cos \theta / l^2$; questa radiazione è ridotta di un fattore

$$\exp \left\{ \cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \left\{ R^2 - (R-a)^2 \right\} / R^2} \right\} \quad (42)$$

dove k è il coefficiente di assorbimento dello strato assorbente, e

$$R \left\{ \cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \left\{ R^2 - (R-a)^2 \right\} / R^2} \right\} \quad (43)$$

è la distanza percorsa dalla radiazione lungo questo strato.

Quindi, il contributo al flusso alla sommità del cono è

$$\frac{E}{4\pi} = 2\pi l^2 \sin \theta \frac{\cos \theta}{l^2} \exp \left[-kR \left\{ \cos \theta - \sqrt{\cos^2 \theta - \left\{ R^2 - (R-a)^2 \right\} / R^2} \right\} \right] d\theta dl \quad (44)$$

Integrando 1 da

$$R \left\{ \cos \Theta - \sqrt{\cos^2 \Theta - \left\{ R^2 - (R-Q)^2 \right\} / R^2} \right\} \quad (45)$$

a

$$R \left\{ \cos \Theta + \sqrt{\cos^2 \Theta - \left\{ R^2 - (R-Q)^2 \right\} / R^2} \right\} \quad (46)$$

e da 0 a $\arccos \sqrt{1 - (R-Q)^2 / R^2}$

il flusso emesso dall'intera sfera sarà

$$\pi F = \varepsilon R \int_0^1 \mu \sqrt{\mu^2 - c^2} \exp \left[-kR \left(\mu - \sqrt{\mu^2 - c^2} \right) \right] d\mu \quad (47)$$

(arg 5⁻¹ cm⁻²)

dove $\mu = \cos \Theta$ e $c = \sqrt{1 - (R-Q)^2 / R^2}$

Il contributo della sfera interna alla shell si ottiene facendo le stesse considerazioni e per esso abbiamo:

$$\varepsilon R \int_d^1 \mu \sqrt{\mu^2 - d^2} \exp \left[-kR \left(\mu - \sqrt{\mu^2 - d^2} \right) \right] d\mu \quad (48)$$

dove $d = \sqrt{1 - b^2 / R^2}$.

I due integrali saranno risolti numericamente con la regola trapezoidale.

Moltiplicando la differenza tra i due flussi per la superficie sferica emittente di raggio R otteniamo l'energia totale emessa nell'intervallo spettrale a cui i calcoli si riferiscono.

I flussi, così ricavati, in funzione del tempo, o le magnitudini ottenute da queste, costituiscono le nostre curve di luce.

IV. RISULTATI E CONCLUSIONI.

In appendice I è riportato il programma di calcolo da noi elaborato.

I risultati ottenuti si riferiscono ad un sistema con le seguenti caratteristiche:

raggio stella	1.93×10^{11}	cm
temperatura stella	1×10^5	K
raggio shell (t=0)	1.93×10^{11}	cm
massa shell	10^{29}	g
temperatura elettroni	1.3×10^4	K
Vexp	4×10^7	cm/sec

In fig. 8 sono riportate le variazioni, in dato istante t, del grado di ionizzazione f, in fig. 9 le variazioni della profondità geometrica nella shell (ad f=0.5) nel tempo.

Come si osserva la ionizzazione nella shell, in un dato istante t diminuisce rapidamente, definendo così una regione nella shell completamente ionizzata (sfera di Strömngren) circondata da una parzialmente ionizzata.

In fig. 10 sono riportate nel tempo le popolazioni dell'atomo di idrogeno nella regione della shell dove f=0.5. I livelli terzo e quarto dell'atomo H sono tra di loro sempre ugualmente popolati.

La variazione del flusso UV, VIS, IR nel tempo è riportata in fig. 11.

I flussi sono integrati nei seguenti intervalli spettrali: 912-2600 Å, 5400-5500 Å, 1.2 μ - 20 μ.

L'andamento per le tre curve è simile, contrariamente invece alle curve di luce osservate.

I flussi UV ed IR osservati mostrano un comportamento diverso da quelli

nel visibile. Per esempio, durante la fase esplosiva, subito dopo il massimo quando comincia il declino, la magnitudine blu decresce più rapidamente di quella IR. Ma nello stesso tempo l'intensità nel continuo UV aumenta.

La prima nova osservata nell'UV è stata V1668 Cygni. In fig. 12 sono riportati i flussi UV, V, IR (Stickland et al. 1981) in funzione del tempo $t-t_0$, con t_0 istante in cui è avvenuta l'esplosione, integrati nei seguenti intervalli di lunghezza d'onda: 1140-3290 Å, 3290-12000 Å, 1.2-19,5 μ. E' evidente un massimo nella curva IR che non è però accompagnato da una diminuzione del flusso visibile, indicando quindi che l'emissione di IR non è dovuta a polvere otticamente spessa alla radiazione ottica (almeno per questa nova). In corrispondenza del massimo IR è visibile invece un calo del flusso UV. La maggior parte della radiazione nel continuo di Lyman ($\lambda < 912$ Å) è probabilmente assorbita da polvere e riemessa nell'IR o dai processi di fotoionizzazione e quindi riemessa a lunghezza d'onda per cui si osserva il flusso. In fig. 13 è riportato il fit dei dati del modello con quelli osservati per questa nova: la curva di luce nel visibile riproduce approssimativamente quella osservata, contrariamente a quelle UV e IR. Queste discordanze sono dovute alle approssimazioni fatte nel costruire il modello. Ricordiamo infatti che i flussi sono integrati in un intervallo spettrale diverso da quello dei dati osservati e che i soli processi considerati per l'emissione di radiazione sono la ricombinazione al secondo e terzo livello dell'atomo di H per l'emissione UV, al terzo e quarto livello per quella visibile e al quarto per l'IR.

Per quanto riguarda la radiazione visibile bisognerebbe tenere in conto anche la radiazione emessa dalla formazione di H nella regione parzialmente ionizzata. A sua volta l'H contribuisce all'assorbimento di radiazione vi-

sibile proveniente dalla regione più interna.

Per quanto riguarda invece l'emissione IR non consideriamo nessun processo di emissione termica da possibili polveri presenti nella shell (Ney e Hatfiel 1978).

Ulteriori approssimazioni nel modello sono: l'aver considerato una shell di puro idrogeno con un modello, per questo atomo con solo quattro livelli più il continuo; aver adoperato la on-the-spot approximation per la risoluzione dell'equazione del trasporto della radiazione nella shell.

Lo scopo del lavoro è stato però soltanto quello di porre le prime basi ed esaminare i metodi per la risoluzione del problema, riservandoci in futuro di estenderne la trattazione.

- 52 -

APPENDICE II

```

program ioniz
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension dt(50),a(50),b(50),c2(50),d(50)
dimension xnh(50),thss(50),rshll(50),rtsq(50),rmx(50)
dimension flx(3),xlog(3)
common tau(200),rrr(200),fff(50,200)
common xnk(200),p1(200),p2(200),p3(200),p4(200)
common/params/fistr,xflgi,xflgii,xflgiii,isum
common/main/rshll,c3
common/pop1/cr(5,5)
const1=1.4746e-2
const2=-4.7997e4
const3=4.1414e-16
xkappa=6.347e-18
xnh=1.673e-24
xf0=3.2872
xf0cb=xf0**3
te=1.3e4
t32=(dsqrt(te))*#3
call ratecol(te,const2,cr)
calcola i rates collisionali
do 1 i=1,3
do 22 j=i+1,4
print 15,i,j,cr(i,j),j,i,cr(j,i)
format((2x,'cr(',i2,',',i2,')= ',e10.4),(4x,'cr(',i2,',',i2,')= ',
1,e10.4))
22 continue
1 continue
do 33 i=1,4
j=5
print 15,i,j,cr(i,j),j,i,cr(j,i)
33 continue
print *,' '
type 111
accept *,rstr,rshll,ts,xnh0,xmss
111 format(2x,'Rstar,Rshell,Tstar,Nh,Mass : ',#)
raggio stella,raggio shell,temper. stella,#atomi H/cm**3,masa in g
type 112
accept *,vshll,vthss
112 format(2x,'Vexp,Vsound : ',#)
velocita shell,velocita di aumento thickness
type 222
accept *,ntau,ntm
222 format(2x,'ntau,ntime : ',#)
# di optical depth,taumax=tau(ntau), # punti tempo
type 333
accept *,icoll,idiiff
333 format(2x,'1 se collisioni, 1 se diffusione : ',#)
opzioni
PRINT 100,RSTR,RSHLL,TS,TE,XNH0,XMSS,VSHLL,VTHSS
100 FORMAT(2X,'R,Rshell,TS,Te,Nh,Mshell,Vexp,Vsnd: ',8e10.3//)
definizione della griglia dei tempi
do 4 i=2,ntm
day=86400.
if(i-1)28,28,29
28 dt(i)=day/100.
go to 29

```

```
29 dt(i)=day/10.
   if(i-3)4, 4, 49
49 dt(i)=day/5.
   if(i-15)4, 4, 69
69 dt(i)=day
   if(i-20)4, 4, 89
89 dt(i)=2.*day
   if(i-22)4, 4, 109
109 dt(i)=4.*day
   if(i-37)4, 4, 129
129 dt(i)=10.*day
4 continue

rsh11(1)=rsh10
xnh(1)=xnh0
xxx=1.e3
xxxcb=1.e9
xmsss=xmss/xxxcb
rsh100=rsh10/xxx
thss(1)=xxx*(.239*xmsss/(xmh*xnh0)+rsh100**3)**0.333-rsh10
rmx(1)=rsh11(1)+thss(1)
rtsq(1)=(rstr/(2.*rsh10))**2
b(1)=4.167e-13*xnh0
b termine di ricombinazione
c1=.948e+27*const1*xf0cb*xkappa
a(1)=2.*c1*rtsq(1)
c2(1)=c1*const3*xnh0/t32
fish11=-const2*xf0/ta
fistr=-const2*xf0/ta
c3=2.*dexp(fish11)*expnt(fish11)
d(1)=0.
if(icoll.eq.1) d(1)=1.15e-15*xnh0
xden=1./(xkappa*xnh(1))
definizione griglia in profondita ottica
do 17 i=2, ntau
tau(1)=.1e-20
xxi=float(i)
if(i-100) 2, 2, 3
2 tau(i)=5.333*fistr*dexp(1.-100./xxi)
3 go to 17
tau(i)=.333*fistr/(1.-xxi/200. )**4
17 continue
do 177 i=1, ntm
do 178 j=1, ntau
fff(i, j)=1.
178 continue
177 continue
index=1
l=0
calcola il grado di ionizzazione in funzione del tempo
do 7 i=1, ntm
if(i-1)50, 50, 499
50 time=0.
xday=0.
do 37 j=1, ntau
nntau=j
xtau=tau(j)
```

```
if(j.eq.1)go to 96
xtaum1=tau(j-1)
96 taumax=tau(nntau)
call ionfra(xtau, taumax, zstrd, c4)
c=c2(i)*c4
xcf=a(i)/(b(i)+d(i)-c)
xcff=xcf*zstrd
fff(i,j)=.5*(-xcff+dsqrt(xcff**2+4.*xcff))
ff=fff(i,j)
if(ff-.9)71,72,72
71 if(index.eq.1) nntau=j
xny=xnh(i)
xnk(j)=ff*xnh(i)
call pop(ff, xny, xn1, xn2, xn3, xn4)
p1(j)=xn1
p2(j)=xn2
p3(j)=xn3
p4(j)=xn4
index=2
l=1
72 call distance(ff, xcff, xden, j, xtau, xtaum1, dr)
if(j-1)35,35,36
35 rrr(j)=rsh11(i)
go to 37
36 rrr(j)=rrr(j-1)+dr
if(rrr(j)-rmx(i))37,37,39
37 continue
39 print 242, i, xnh(i), thss(i), rmx(i)
print 265, time, xday
265 format((2x, 'time(seconds): ', e10.3), (4x, 'time(days): ', e10.3)/)
c DO 150 j=1, nntau
c 150 print 200, j, tau(j), rrr(j), fff(i, j)
200 format(2x, 'tau, rshell, nk/nh : ', i4, 3e15.4)
print 424, 1, tau(1), rrr(1), fff(i, 1)
print 424, nntau, tau(nntau), rrr(nntau), fff(i, nntau)
424 format(2x, 'tau, rshell, nk/nh : ', i4, 3e15.4/)
if(1-1)7,1000,1000
1000 print *, ' '
do 250 j=nntau, nntau
250 print 350, j, p1(j), p2(j), p3(j), p4(j), xnk(j)
350 format(2x, 'n1, n2, n3, n4, nk : ', i4, 5e15.4)
go to 7
499 rsh11(i)=rsh11(i-1)+vsh11*dt(i)
rtsq(i)=(rstr/(2.*rsh11(i)))*2
time=time+dt(i)
xday=time/26400.
x0=rsh11(i-1)
x1=x0+thss(i-1)
x2=(vsh11+vthss)*dt(i)
x3=x0+vsh11*dt(i)
x0=x0*1.e-10
x1=x1*1.e-10
x2=x2*1.e-10
x3=x3*1.e-10
xxnm=x1**3-x0**3
xxdn=(x1+x2)**3-x3**3
xnh(i)=xnh(i-1)+xxnm/xxdn
```

```
rshl10=rshl1(i)/xxx
thss(i)=xxx*(.237*ansss/(xmh*xnh(i))+rshl10**3)**0.333-rshl1(i)
rmx(i)=rshl1(i)+thss(i)
xden=1./(xkappa*xnh(i))
b(i)=4.167e-10*xnh(i)
a(i)=2.*c1*rtsq(i)
c2(i)=c1*const3*xnh(i)/t32
d(i)=0.
if(icoll.eq.1) d(i)=1.16e-15*xnh(i)
print *, '
print *, '
print *, '
242 print 242, i, xnh(i), thss(i), rmx(i)
format(2x, 'nb, thss, rmx:
kbnd=1
key=1
ll=0
nnntau=0
do 47 j=1,ntau
nntau=j
xtau=tau(j)
xtaum1=0.
if(j.eq.1) go to 97
xtaum1=tau(j-1)
97 taumax=tau(ntau)
call ionfra(xtau, taumax, zstrd, c4)
c=c2(i)*c4
xcf=a(i)/(b(i)+d(i)-c)
xcff=xcf*zstrd
aa=-a(i)/xcf
cc=a(i)*zstrd
bb=d(i)-cc
xdscr=bb**2-4.*aa*cc
551 if(xdscr<0.)551,552,553
xdscrsq=dsqrt(-xdscr)
k=i-1
xar=(2.*aa*fff(k,j)+bb)/xdscrsq
xarc=datan(xar)
fff(i,j)=.5*(xdscrsq*dtan(.5*dt(i)*xdscrsq+xarc)-bb)/aa
go to 67
552 bbbb=.5*bb
xtrm=(aa*fff(k,j)+bbbb)
fff(i,j)=(-bbbb+xtrm/(1.-xtrm*dt(i)))/aa
go to 67
553 xdscrsq=dsqrt(xdscr)
xxrt=2.*aa*fff(k,j)+bb
xxln=(xxrt-xdscrsq)/(xxrt+xdscrsq)
xxln=dabs(xxln)
xxep=dt(i)*xdscrsq*dlog(xxln)
xee=dexp(-xxep)
fff(i,j)=.5*(-bb+xdscrsq*(xee+1.)/(xee-1.))/aa
67 ff=fff(i,j)
if(ff.le..5.and.kbnd.eq.1)go to 412
go to 420
412 kbnd=2
nbnd=j
go to 420
```



```
420 if(ff-.9) 171,172,172
171 if(key.eq.1)nnntau=j
xny=xnh(i)
xnk(j)=ff*xnh(i)
call pop(ff,xny,xn1,xn2,xn3,xn4)
p1(j)=xn1
p2(j)=xn2
p3(j)=xn3
p4(j)=xn4
key=2
ll=1
253 format(2x,'i,j,f,descr:',2i4,2e10.3)
172 xnk(j)=ff*xnh(i)
call distance(ff,xcff,xden,j,xtau,xtaum1,dr)
if(j-1)135,135,135
135 rrr(j)=rshll(i)
go to 47
136 rrr(j)=rrr(j-1)+dr
if(rrr(j)-rmx(i))47,47,139
47 continue
139 print 255, time,xday
if(nnnntau-0)11,11,12
11 print 424,1,tau(1),rrr(1),fff(i,1)
print 424,nnntau,tau(nnntau),rrr(nnntau),fff(i,nnntau)
go to 16
12 n0=nnntau
print 424,1,tau(1),rrr(1),fff(i,1)
n0m1=n0-1
print 424,n0m1,tau(n0m1),rrr(n0m1),fff(i,n0m1)
do 151 j=n0,nnntau
151 print 200,j,tau(j),rrr(j),fff(i,j)
16 if(ll-1)7,1001,1001
1001 print *,' '
do 251 j=n0,nnntau
251 print 350,j,p1(j),p2(j),p3(j),p4(j),xnk(j)
radmax=rmx(i)
call xflux(ta,nnntau,nbnd,radmax,flx,r4)
print 252,flx(1),flx(2),flx(3)
252 format(2x,'FluxUV,fluxVIS,fluxIR :',3e15.4/)
xlog(1)=dlog10(flx(1))
xlog(2)=dlog10(flx(2))
xlog(3)=dlog10(flx(3))
print 144,xlog(1),xlog(2),xlog(3)
144 format(2x,'LOG: fluxUV,fluxVIS,fluxIR :',3e15.4/)
r4sq=r4**2
tflx=12.566*flx(2)*r4sq
flratio=4.36e+13/tflx
xmag=2.5*dlog10(flratio)
print 145,r4,xmag
145 format(2x,'r4, magVIS :',2e15.4)
7 continue
stop
end
```

```
subroutine ionfra(xtau, taumax, zstrd, c4)
  approssimazioni per il calcolo degli integrali nei termini di
  radiazione diffusa e stellare
  implicit double precision(a-h, o-z)
  common/params/fistr, xflgi, xflgii, xflgiii, isum
  common/main/fish11, c3
  isum=0
  xflgi=(fistr/(3.*xtau)**.25
  if(taumax-1.e3)77,77,78
77  taudf=taumax-xtau
  tausm=taumax+xtau
  xflgii=(fistr/(3.*taudf)**.25
  xflgiii=(fistr/(3.*tausm)**.25
  xx=1.875*(taudf)/fish11
  yy=1.875*(tausm)/fish11
  xcorr=correct(xx)
  isum=1
  ycorr=correct(yy)
  go to 79
78  xcorr=1.4e-5
  ycorr=1.4e-5
79  zz=1.875*xtau/fistr
  zstrd=starad(zz)
  c4=(c3-xcorr-ycorr)
  return
end
```

```

subroutine distanza(ff, x, y, i, xtau, xtaum1, dr)
calcolo della distanza geometrica nella shell
implicit double precision(a-h, o-z)
if(ff-.9)25,25,26
25 if(i-1)25,25,26
35 dr=y*x/ff**2
go to 27
36 dr=y*(xtau-xtaum1)/(1.-ff)
go to 27
26 if(i-1) 28,28,29
28 dr=(y*x/ff**2)*xtau
go to 27
29 dr=(y*x/ff**2)*(xtau-xtaum1)
27 return
end

```

```

function correct(x)
approssimazione per l'integrale nel termine di diffusione
implicit double precision(a-h, o-z)
common/params/ fistr, xflgi, xflgii, xflgiii, isum
if(isum-1)8,8,9
8 if(xflgii-.5) 10,10,11
9 if(xflgiii-.5)10,10,11
10 correct=1.4e-6
go to 99
11 x2=x**2.
correct=.429522*x**log(x)+.059795+.670066*x-x2*(1.571460
1-1.919030*x)-x2*(x2*(2.53268-2.125821*x))-x2*(x2*(x2*(1.429773
1-.599239*x+1.00274*x2)))
99 return
end

```

```

function starad(x)
approssimazione dell'integrale nel termine di radiazione stellare
implicit double precision(a-h, o-z)
common/params/ fistr, xflgi, xflgii, xflgiii, isum
if(xflgi-.5)10,10,11
30 z=-1.333+fistr/xflg
zz=dsqrt(1.571*xflgiii/fistr)
starad=zz*dsip(z)
go to 99
11 x2=x**2
starad=.101709-.418021*x+x2*(1.121744-2.239560*x)
1+x2*(x2*(3.260230-3.656630*x))+x2*(x2*(x2*(2.680633-1.166208*x
1+.225012*x2)))
99 return
end

```

```
subroutine pop(f, a, xn1, xn2, xn3, xn4)
calcolo delle popolazioni per atomo di idrogeno(4 livelli+continuo)
dalle equazioni equilibrio statistico
implicit double precision(a-h, o-z)
dimension RIK(4,4), XNI(4), C(4)
common/pop1/cr(5,5)
DO 11 I=1,4
DO 11 J=1,4
RIK(I, J)=0.
11 CONTINUE
RIK(1, 1)=cr(1, 2)+cr(1, 3)+cr(1, 4)+cr(1, 5)
RIK(1, 2)=-cr(2, 1)
RIK(1, 3)=-cr(3, 1)
RIK(1, 4)=-cr(4, 1)
RIK(2, 1)=-cr(1, 2)
RIK(2, 2)=cr(2, 1)+cr(2, 3)+cr(2, 4)+cr(2, 5)
RIK(2, 3)=-cr(3, 2)
RIK(2, 4)=-cr(4, 2)
RIK(3, 1)=-cr(1, 3)
RIK(3, 2)=-cr(2, 3)
RIK(3, 3)=cr(3, 1)+cr(3, 2)+cr(3, 4)+cr(3, 5)
RIK(3, 4)=-cr(4, 3)
do 12 i=1,4
12 RIK(4, i)=1.
xn=f*y
C(1)=cr(5, 1)*xn
C(2)=cr(5, 2)*xn
C(3)=cr(5, 3)*xn
C(4)=y*(1.-f)
do 50 i=1,4
do 50 j=1,4
50 print 200, i, j, rik(i, j)
200 format(2x, '(rik(', i1, ', ', j1, ') = ', e15.4)
print *, ' '
do 60 i=1,4
60 print 300, i, c(i)
300 format(2x, '(c(', i1, ') = ', e15.4)
print *, ' '
nn=4
CALL MATINV(RIK, NN)
DO 14 I=1, nn
XNI(I)=RIK(I, 1)*C(1)+RIK(I, 2)*C(2)+RIK(I, 3)*C(3)+RIK(I, 4)*C(4)
PRINT 100, I, XNI(I)
100 FORMAT(2X, ' XNI(', I1, ') = ', E10.4)
14 CONTINUE
xn1=xni(1)
xn2=xni(2)
xn3=xni(3)
xn4=xni(4)
RETURN
END
```

SUBROUTINE MATIN(A, N)

inversione matrice(n,n)

implicit double precision(a-h, o-z)

DIMENSION A(n,n)

IF(N.EQ.1) GO TO 25

DO 5 I=2,N

IM1=I-1

DO 2 J=1, IM1

JM1=J-1

DIV=A(J, J)

SUM=0.0E0

IF(JM1.LT.1) GO TO 2

DO 1 L=1, JM1

SUM=SUM+A(I, L)*A(L, J)

A(I, J)=(A(I, J)-SUM)/DIV

DO 4 J=I, N

SUM=0.0E0

DO 3 L=1, IM1

SUM=SUM+A(I, L)*A(L, J)

A(I, J)=A(I, J)-SUM

CONTINUE

CONTINUE

INVERSION OF L

DO 13 II=2, N

I=N+2-II

IM1=I-1

IF(IM1.LT.1) GO TO 13

DO 12 JJ=1, IM1

J=I-JJ

JP1=J+1

SUM=0.0E0

IF(JP1.GT.IM1) GO TO 12

DO 11 K=JP1, IM1

SUM=SUM+A(I, K)*A(K, J)

A(I, J)=-A(I, J)-SUM

CONTINUE

U INVERSION

DO 17 II=1, N

I=N+1-II

DIV=A(I, I)

IP1=I+1

IF(IP1.GT.N) GO TO 17

DO 16 JJ=IP1, N

J=n+ip1-jj

SUM=0.0E0

DO 15 K=IP1, J

SUM=SUM+A(I, K)*A(K, J)

A(I, J)=-SUM/DIV

CONTINUE

A(I, I)=1.0E0/A(I, I)

MULTIPLICATION OF UINVERSE AND L INVERSE

DO 24 I=1, N

DO 23 J=1, N

KO=MAX0(I, J)

IF(KO.EQ.J) GO TO 22

SUM=0.0E0

```
20 DO 21 K=K0,N
21 SUM=SUM+A(I,K)+A(K,J)
GO TO 23
22 SUM=A(I,K0)
IF(K0.EQ.N) GO TO 23
K0=K0+1
GO TO 20
23 A(I,J)=SUM
24 CONTINUE
RETURN
25 A(1,1)=1.0E0/A(1,1)
RETURN
END
```

```
function expnt(x)
calcolo dell'integrale esponenziale E1(x)
implicit double precision(a-h,o-z)
if(x.gt.1.) go to 1
expnt=-dlog(x)-.57721566+x*(.99999193+x*(-.24991055+x
1*(.05519968+x*(-.00976004+x*.00105875))))
return
1 expnt=dexp(-x)*((.2677373+x*(8.6347609+x*(18.059017+x*
1(8.5733287+x)))))/(3.9584969+x*(21.099653+x*(25.632956+x*
1(9.5733223+x)))))/x
return
end
```

```
subroutine catalcol(te, const2, cr)
calcolo dei rates collisionali
implicit double precision(a-h, o-z)
dimension xf(5,5), os(4,4), cr(5,5)
data xf(1,2)/2.467/, xf(1,3)/2.924/, xf(1,4)/3.084/, xf(2,3)/.4579/
1, xf(2,4)/.617/, xf(3,4)/.159/, xf(1,5)/3.289/, xf(2,5)/.822/
1, xf(3,5)/.285/, xf(4,5)/.205/
data os(1,2)/.4162/, os(1,3)/.0791/, os(1,4)/.029/, os(2,3)/.6407/
1, os(2,4)/.1193/, os(3,4)/.8421/
do 1 m=1,3
do 2 n=m+1,4
argm=const2*te*(m,n)/te
a168=1./(-argm)**1.68
cr(m,n)=2.16e-6*dexp(argm)*a168*os(m,n)
rm=float(m)
rn=float(n)
cr(n,m)=((rm/rn)**2)*dexp(-argm)*cr(m,n)
continue
continue
do 3 l=1,4
argl=const2*te*(1,5)/te
rl=float(l)
cr(1,5)=1.225e-7*dexp(argl)/(-argl)
cr(5,1)=5.045e-29*(rl**2)/(-argl)
continue
return
end
```

2
1
3

```
subroutine xflux(te, nntau, nbnd, radmax, flux, r4)
calcolo dell'emissione e assorbimento nella shell
e dell'emissione totale nei ranges UV, VIS, IR
implicit double precision(a-h, o-z)
dimension ya(3), yb(3), asum(3), absum(3), flux(3)
common tau(200), rrr(200), fff(50, 200)
common xnk(200), p1(200), p2(200), p3(200), p4(200)
data ya/-4.377, -2.618, -.074/, yb/-12.631, -2.666, -1.2/
data xc2, xc3, xc4/9.233, 1.752, .983/
tem4=te*1.e-4
tesrt=dsqrt(ce)
do 1 j=1,3
  asum(j)=0.
  absum(j)=0.
  nntaum1=nntau-1
  do 2 i=1, nntaum1
    r0=rrr(1)*1.e-10
    r1=rrr(i)*1.e-10
    r2=rrr(i+1)*1.e-10
    r3=rrr(nond1)*1.e-10
    r4=radmax*1.e-10
    xvcl=r2**3-r1**3
    coef1=(4.50e-22*xnk(i)**2)/tesrt
    coef2=dexp(ya(j)/tem4)-dexp(yb(j)/tem4)
    jj=j+1
    if(jj-3)10, 11, 12
10  if(i-nbnd)20, 20, 21
20  coef3=dexp(xc2/tem4)/3. +dexp(xc3/tem4)/27. +dexp(xc4/tem4)/64.
    go to 13
21  ab=(p2(i)*2.406+p3(i)*.341+p4(i)*.082)*1.e-18
    go to 14
11  if(i-nbnd)30, 30, 31
30  coef3=dexp(xc3/tem4)/27. +dexp(xc4/tem4)/64.
    go to 13
31  ab=(p3(i)*7.029+p3(i)*1.716)*1.e-18
    go to 14
12  if(i-nbnd)40, 40, 41
40  coef3=dexp(xc4/tem4)/64.
    go to 13
41  ab=p4(i)*10.01*1.e-18
    go to 14
13  asum(j)=asum(j)+coef1*coef2*coef3*xvcl
    go to 2
14  absum(j)=absum(j)+ab*xvcl
    continue
    asum(j)=asum(j)/(r3**3-r0**3)
    absum(j)=absum(j)/(r4**3-r3**3)
    xa=(r4-r3)
    xc=dsqrt(1.-(r3/r4)**2)
    xd=dsqrt(1.-(r0/r4)**2)
    dtaumax=absum(j)*r4*1.e10
    yyint=xint(xc, dtaumax, xc)
    pif=1.e10+asum(j)*r4*yyint
    yint=xint(xd, dtaumax, xc)
    pifms=1.e10+absum(j)*r4*yint
    flux(j)=pif-pifms
```



```
continua  
return  
end
```

```
function xint(d, dtamax, c)  
calcolo integrale con metodo dei trapezi  
implicit double precision(a-h, o-z)  
dimension y(100)  
h=(1.-d)/float(100)  
y(1)=0.  
y(100)=dsqrt(1.-c**2)*dexp(-dtaumax*(1.-dsqrt(1.-c**2)))  
do 1 i=2,99  
ri=float(i)  
x=d+(ri-1.)*h  
ang1=dsqrt(1.-d**2/x**2)  
ang2=dsqrt(1.-c**2-c**2/x**2)  
angexp=-dtaumax*(x+ang2)  
y(i)=x+ang1*dexp(angexp)  
sum=0.  
do 2 i=2,99  
sum=sum+y(i)  
xint=.5*(y(1)+2.*sum+y(100))*h  
return  
end
```

```

function expi(n, x)
calcolo integrale esponenziale En(x)
implicit double precision(a-h, o-z)
Exponential integral for positive arguments after Cody and
  Thatcher, Math. of Comp., 22, 641 (1968)
data x1/-1., e10/
data a0, a1, a2, a3, a4, a5, b0, b1, b2, b3, b4/-44178. 5471728217
  1, 57721. 7247109444, 9902. 31389962037, 1842. 11088668000, 101
  1, 093806161600, 5, 30416184097568, 76537. 3323337614, 32597
  1, 1881290273, 6106, 10794245759, 635, 419418378382, 37, 229835
  12833327/
data c0, c1, c2, c3, c4, c5, c6, d1, d2, d3, d4, d5, d6/
  14, 65627107975096e-7, .999979577051595, 9, 04161556946329
  1, 24, 3784098781217, 23, 0192559391333, 6, 90522522784444,
  1, 430967839469389, 10, 0411643829054, 32, 4264210695138, 41
  1, 2807841891424, 20, 4494785013794, 3, 31909213593302, .10340
  10130404874/
data e0, e1, e2, e3, e4, e5, e6, f1, f2, f3, f4, f5, f6/
  1-, .9999999999999999447, -26, 6271060431811, -241, 055827097015
  1, -895, 92793772927, -1298, 85688746484, -545, 374158983133
  1, -5, 6657520633389, 28, 6271060422192, 292, 310039388533
  1, 1332, 78537748257, 2777, 61949509163, 2404, 01713225909
  1, 631, 657423230800/
if(x.eq.x1)go to 40
ex=exp(-x)
x1=x
if(x.gt.4.) go to 10
if(x.gt.1.) go to 20
if(x.gt.0.) go to 30
ex1=0.
go to 40
10 ex1=(ex+ex*(e0+(e1+(e2+(e3+(e4+(e5+e6/x)/x)/x)/x)/x)/x)/
  1(x+f1+(f2+(f3+(f4+(f5+f6/x)/x)/x)/x)/x))/x
go to 40
20 ex1=ex*(c6+(c0+(c4-(c3+(c2+(c1+c0*x)*x)*x)*x)*x)/(d6+(d5+(d4
  1+(d3+(d2+(1+x)*x)*x)*x)*x)
go to 40
30 ex1=(a0+(a1+(a2+(a3+(a4+a5*x)*x)*x)*x)/(b0+(b1+(b2+(b3+(b4
  1+x)*x)*x)*x)*x)-d*log(x)
40 expi=ex1
if(n.eq.1) return
n1=n-1
do 41 i=1, n1
-41 expi=(ex-x*expi)/f1nat(i)
return
end

```

APPENDICE II

Profondità ottica.

La griglia dei valori per τ_0 è divisa in due intervalli a secondo dell'influenza della radiazione stellare sul grado di ionizzazione. Nell'intervallo dove questa influenza è grande (piccoli valori di τ_0) si considerano piccoli intervalli in τ_0 ; perché dato l'alto grado di ionizzazione ($f = 1$) in questa regione della shell, la quantità $1/(1-f)$ nella relazione per il calcolo dell'incremento Δr della distanza geometrica nella shell presenta una singolarità. Piccole variazioni di f producono grandi variazioni in Δr . Per cui è necessaria una distribuzione fitta nei valori di τ_0 e quindi di f .

Il limite superiore per i valori di τ_0 in questa prima regione della shell è definita dalla quantità:

$$\left(\frac{\varphi_1}{3\tau_0^{\max}} \right)^{1/4} = \frac{1}{2} \quad \text{con} \quad \varphi_1 = h\nu_0/kT_s$$

Allora nell'intervallo $0 \div \tau_0^{\max}$ ($\tau_0^l = 0 \quad l=0$)

$$\tau_0^l = \tau_0^{\max} \exp(1-100/i) \quad l=1, \dots, 100.$$

Per $\tau > \tau_0^{\max}$

$$\left(\frac{\varphi_1}{3\tau_0^l} \right)^{1/4} = 1 - i/200 \quad l=101, \dots, 199.$$

APPENDICE III

Approssimazioni nel calcolo degli integrali.

Gli integrali nei termini di radiazione stellare e diffusa sono approssimati nel modo seguente.

Per grandi valori di τ_0 e $\varphi \ll \varphi_1$ (Bosma 1975) si può scrivere:

$$\int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi(e^{\varphi_1/\varphi})} d\varphi \approx \int_0^1 e^{-\tau_0 \varphi^3 - \varphi_1/\varphi - \log \varphi} d\varphi$$

in cui si è trascurato il termine -1 al denominatore. Successivamente si è sviluppato in serie l'esponente intorno al valore φ per cui esso è massimo: $\varphi_0 = \left(\frac{\varphi_1}{3\tau_0}\right)^{1/2}$. Infine si è esteso l'intervallo di integrazione da $-\infty$ a $+\infty$, poiché il maggior contributo all'integrale proviene dall'intervallo $(0,1)$. Lo sviluppo in serie trasforma quest'ultimo integrale in un integrale di Poisson. Il termine lineare si cancella e quelli di ordine superiore al terzo possono essere trascurati. L'insieme di queste approssimazioni è valido per $\varphi_0 < 1/2$ (o per $T_s = 10^5$ °K).

Per gli altri valori di τ_0 o $\varphi_0 > 1/2$ gli integrali sono sviluppati in serie di polinomi di Chebyshev. Gli errori in quest'ultima approssimazione sono $< 10^{-4}$, mentre per le prime gli errori sono $< 10^{-3}$. In Tabella sono elencate le approssimazioni fatte.

	$\varphi_0 > 1/2$	$\varphi_0 < 1/2$
$\int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi(e^{\varphi_1/\varphi})} d\varphi$	$0.101709 - 0.416021x + 1.121744x^2$ $- 2.239560x^3 + 3.360230x^4$ $- 3.656630x^5 + 2.680633x^6$ $- 1.166208x^7 + 0.225012x^8$ $x = (3\tau_0/16\varphi_1)$	$\left(\frac{\pi^4}{48\varphi_1^2\tau_0}\right)^{1/8}$ $\cdot e^{-\frac{1}{3}\varphi_1(3\tau_0/\varphi_1)^{1/3}}$
$\int_0^1 \frac{1}{\varphi} e^{\varphi_2(1-1/\varphi)} E_2(\tau_0\varphi^3) d\varphi$	$0.429552x_1 + 0.059785x_2 + 0.670066x_3$ $- 1.571460x_4 + 1.919030x_5 - 2.253268x_6$ $+ 2.125821x_7 - 1.429773x_8 + 0.589839x_9$ $- 0.110027x_{10}$ $x = (3\tau_0/1.6\varphi_2)$	$< 1.4 \times 10^{-5}$

APPENDICE IV

Distanza geometrica nella shell.

Il problema del calcolo della distanza geometrica nella shell consiste nella soluzione dell'equazione:

$$\Delta z = \Delta \tau_0 / \kappa_0 \mu (1 - f) \quad (a)$$

Questa però nei punti più interni della shell, dove $f \approx 1$, presenta una singolarità data dal fattore $1 / (1 - f)$. Il valore di r aumenterebbe rapidamente con .

Una semplice soluzione di questo problema si può ottenere con l'aiuto dell'equazione della ionizzazione. Da questa segue che

$$\frac{1}{1-f} = \frac{1}{f^2} \frac{A}{B - C(\tau_0^{ex}, \tau_0)} \int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi(e^{\varphi/(\varphi-1)} - 1)} d\varphi$$

Quindi per valori di f compresi tra $0.9 \div 1$ la (a) si può approssimare:

$$\Delta z = \frac{\Delta \tau_0}{\kappa_0 \mu} \frac{1}{f^2} \frac{A}{B - C(\tau_0^{ex}, \tau_0)} \int_0^1 \frac{e^{-\tau_0 \varphi^3}}{\varphi(e^{\varphi/(\varphi-1)} - 1)} d\varphi$$

Per gli altri valori di f si può utilizzare la (a) integrando per intervalli successivi di τ_0 .

BIBLIOGRAFIA

- Aller L. H. 1953 Astrophysics, The Atmospheres of the Sun and Stars, The Roland Press Company, New York.
- Bosma P. B. 1975, A. & A. ,21,223.
- Gotrian W. 1937, Z. Astrophys., 13, 215.
- Jefferies J. T. 1968, Spectral Line Formation, Blaisdell Publishing Company, Waltham, Mass., Toronto, London.
- McLaughlin D. 1943, Publ. Mich. Obs. , 8, 187.
- Ney E. P., Hatfield B. F. 1978, Ap. J.,219, L111.
- Osterbrock D. E. 1962, Ap. J., 135, 195.
- Pottash S. 1959b, Ann. Astrophys., 22, 310.
- Pottash S. 1959c, Ann. Astrophys., 22, 394.
- Schatzman E. 1949, Ann. Astrophys.,12,281.
- Seaton M. J. 1959, M.N.R.A.S., 119,81.
- Sobolev V. V. 1956, A Treatise on radiative Transfer. Van Nostrand, Princeton,N. J..
- Stickland D. J., Penn C.J., Seaton M. J., Snijders A. J.,Storey P. J. 1981, 197, 107.
- Strömgren B. 1939, Ap. J., 89, 526.
- Strömgren B. 1948, Ap. J., 108, 242.
- Truran J. W., Starrfield S. G., Strittmatter P. A., Wyatt S. P., Sparks W. M. 1977, Ap. J., 211, 539.

TABELLA II

Fase	Caratteristiche (curve di luce)	Caratteristiche spettrali
Prenova	luminosità costante o variabile	continuo B - A; linee indistinguibili
Salita iniziale	circa 2 mag. sotto il massimo di luce	B - A, F. Spettro di assorbimento. Spostamento delle righe
Pre-maximum halt	pausa o calo in luminosità	spostamento delle righe
Salita finale	molto più lenta di quella iniziale	spostamenti delle righe in assorbimento; emissioni, se presenti, tendono ad indebolirsi
Massimo principale	durata molto breve, eccetto per novae lente	assorbimenti ed emissioni multiple; il continuo si indebolisce
Declino iniziale	3 - 4 mag. sotto il massimo di luce	assorbimenti multipli; le emissioni si intensificano
Transizione	comincia a circa 3.5 mag. sotto il massimo di luce	gli assorbimenti prima complessi poi scompaiono; si sviluppa lo spettro nebulare
Declino finale	lento o leggermente irregolare	il continuo si indebolisce; gli assorbimenti scompaiono definitivamente; lo spettro nebulare diventa sempre più intenso

TABELLA II (continua)

Fase	Caratteristiche (curve di luce)	Caratteristiche spettrali
Postnova	luminosità costante o variabile	stella blu con o senza deboli assorbimenti e/o emissioni; la shell nebulare può diventare visibile

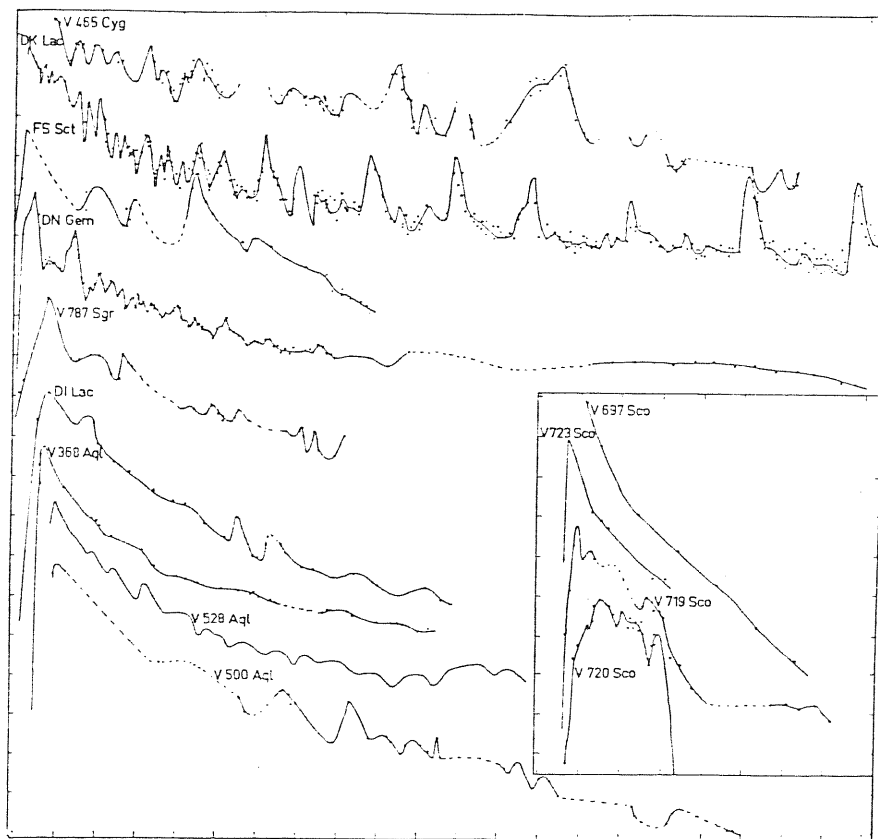


Fig. 1,a. Curves di luce di alcune novae. Le ordinate e l'ascissa variano per intervalli di una magnitudine e dieci giorni, rispettivamente.

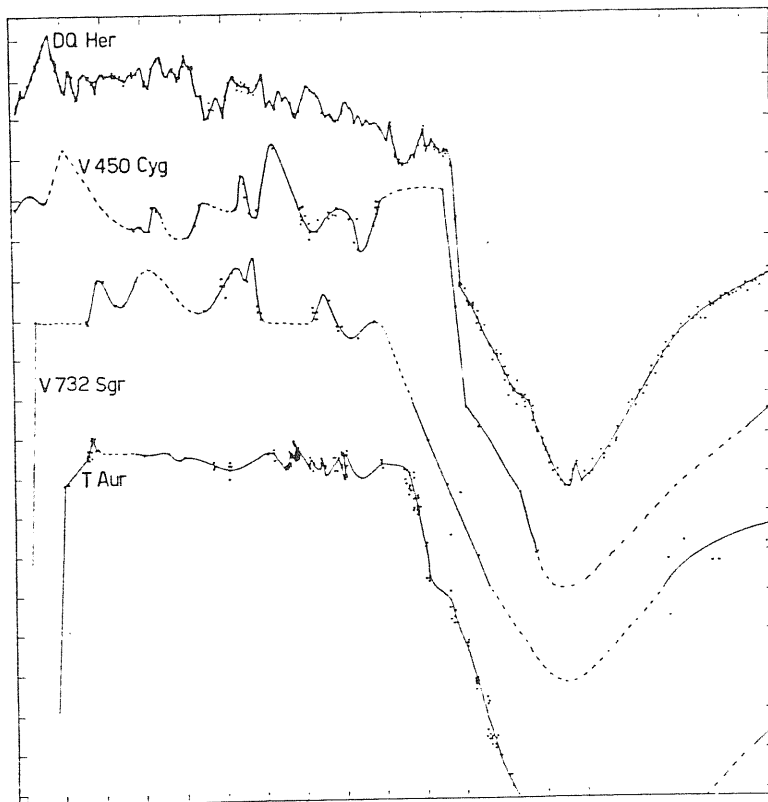


Fig. 1, b. Curva di luce di quattro novae del tipo "DQ Herculis", osservata durante il minimo di luce. Le ordinate e l'ascissa variano per intervalli di una magnitudine e dieci giorni, rispettivamente.

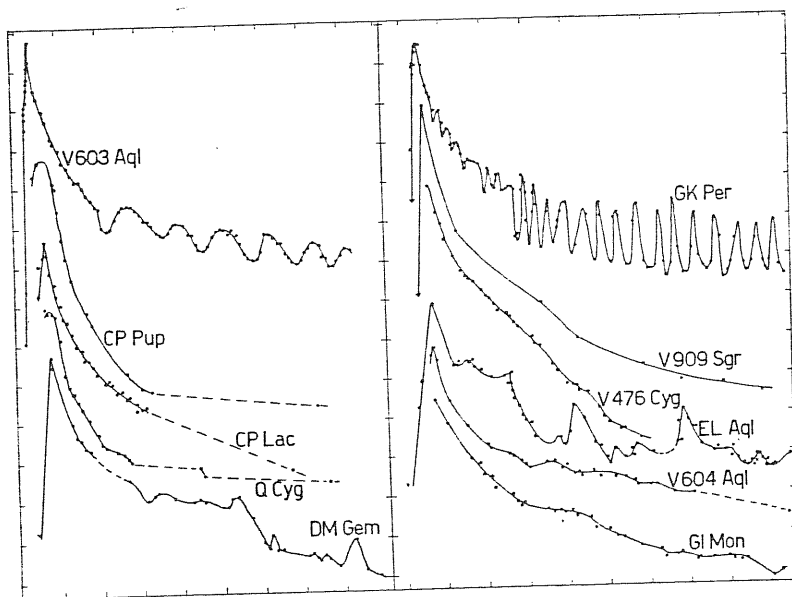


Fig. 1, c. Curve di luce di 11 novae veloci ordinate in ordini decrescente di velocità.

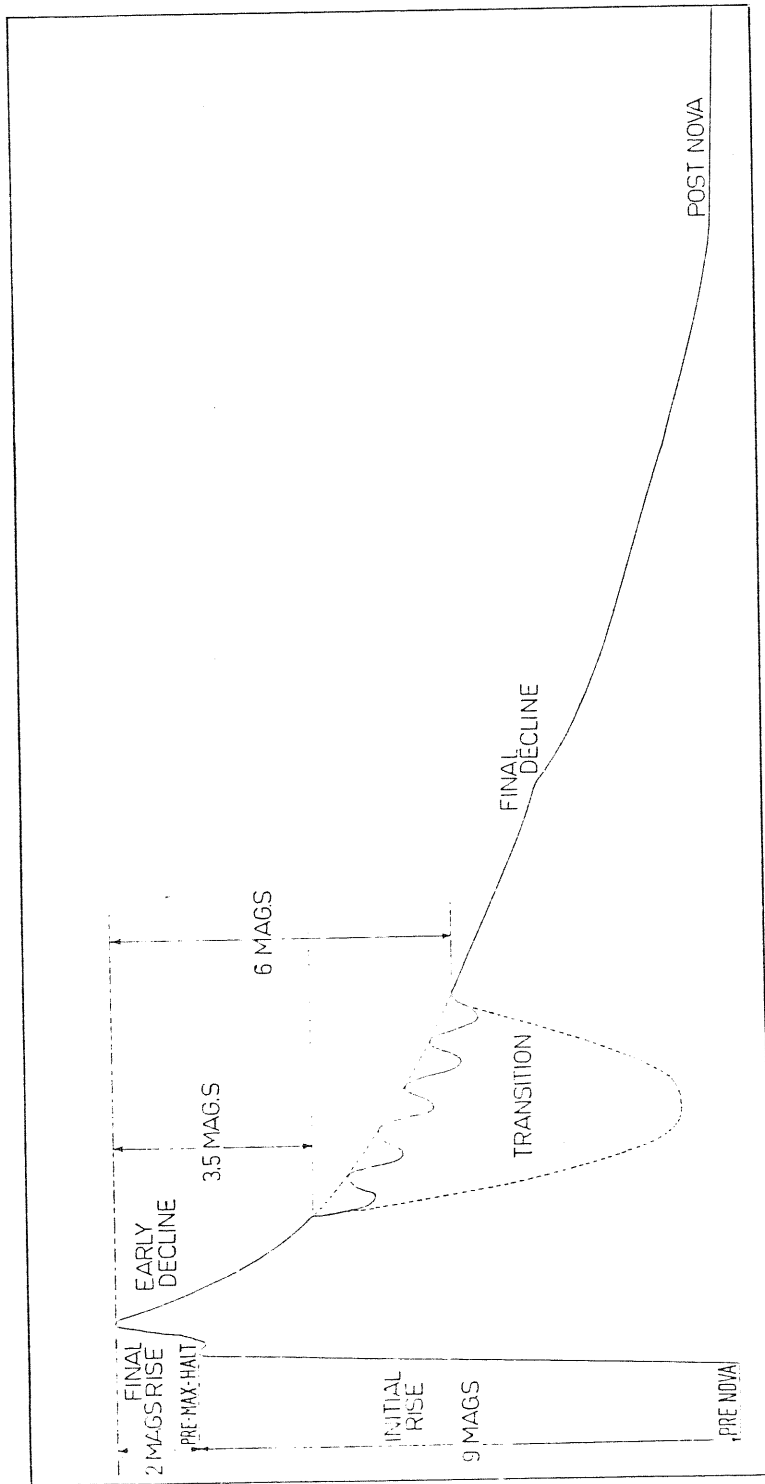


Fig. 2. Curva di luce schematica di una nova con le sue fasi tipiche. La scala dei tempi non è uniforme, ma ingrandita nei primi stadi.

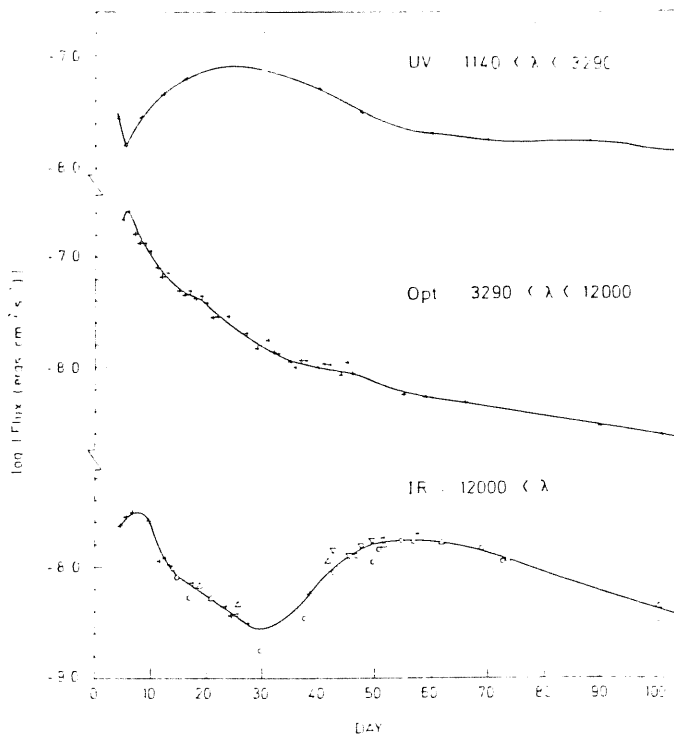


Fig. 4. - Flussi totali osservati per Nova Cygni 1978 nell'UV, VIS eIR (Stickland et al. 1981).

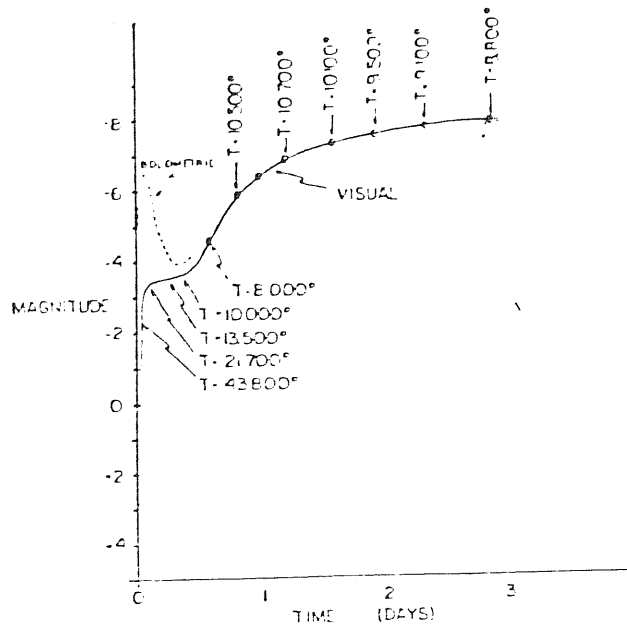


Fig. 5. Curva di luce di una shell in espansione. L'energia emessa dalla shell, come radiazione visibile, è riportata come magnitudine visuale, mentre l'energia totale emessa come magnitudine bolometrica. In ogni fase è indicata la temperatura superficiale.

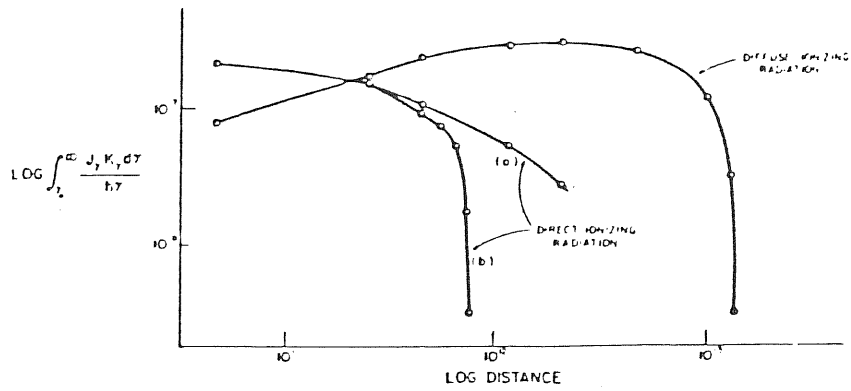


Fig. 6. Radiazione ionizzante in funzione della distanza. La radiazione ionizzante diretta per il caso di Strömgren è indicata dalla curva (b), la curva (a) considera la radiazione ionizzante nel caso in cui è inclusa quella diffusa. Anche in questo caso è visibile lo "sharp boundary" .

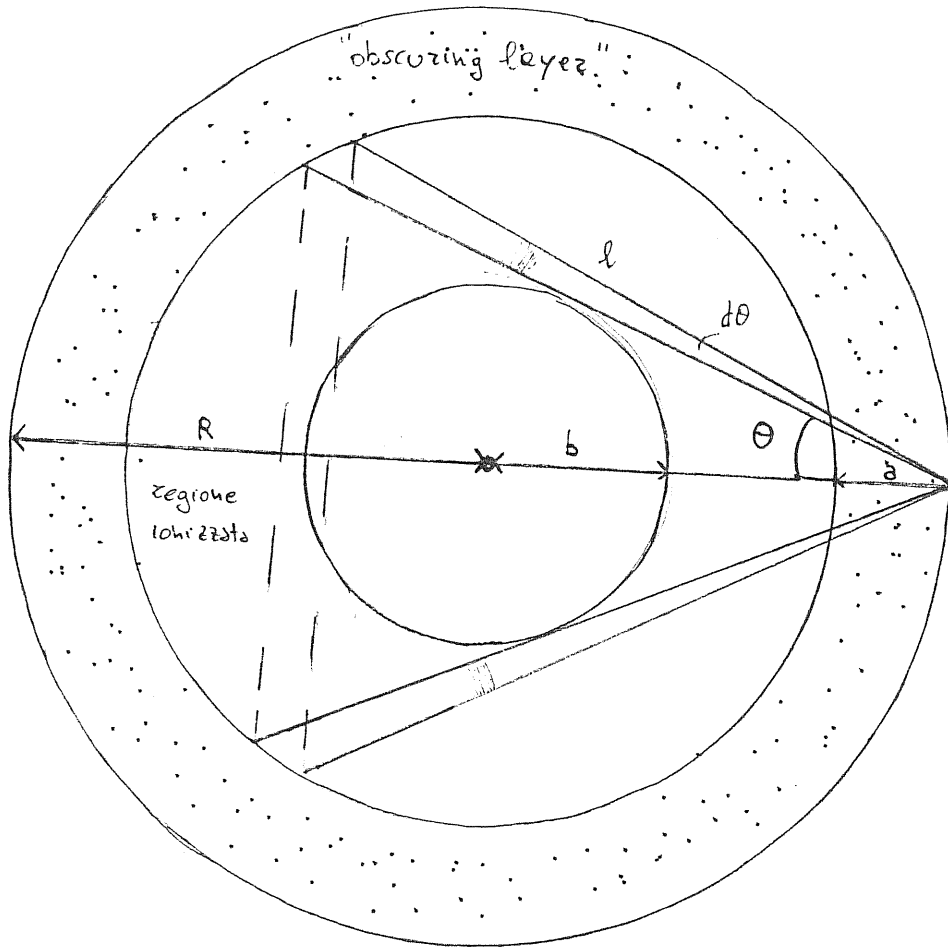


Fig. 7. Geometria della shell.

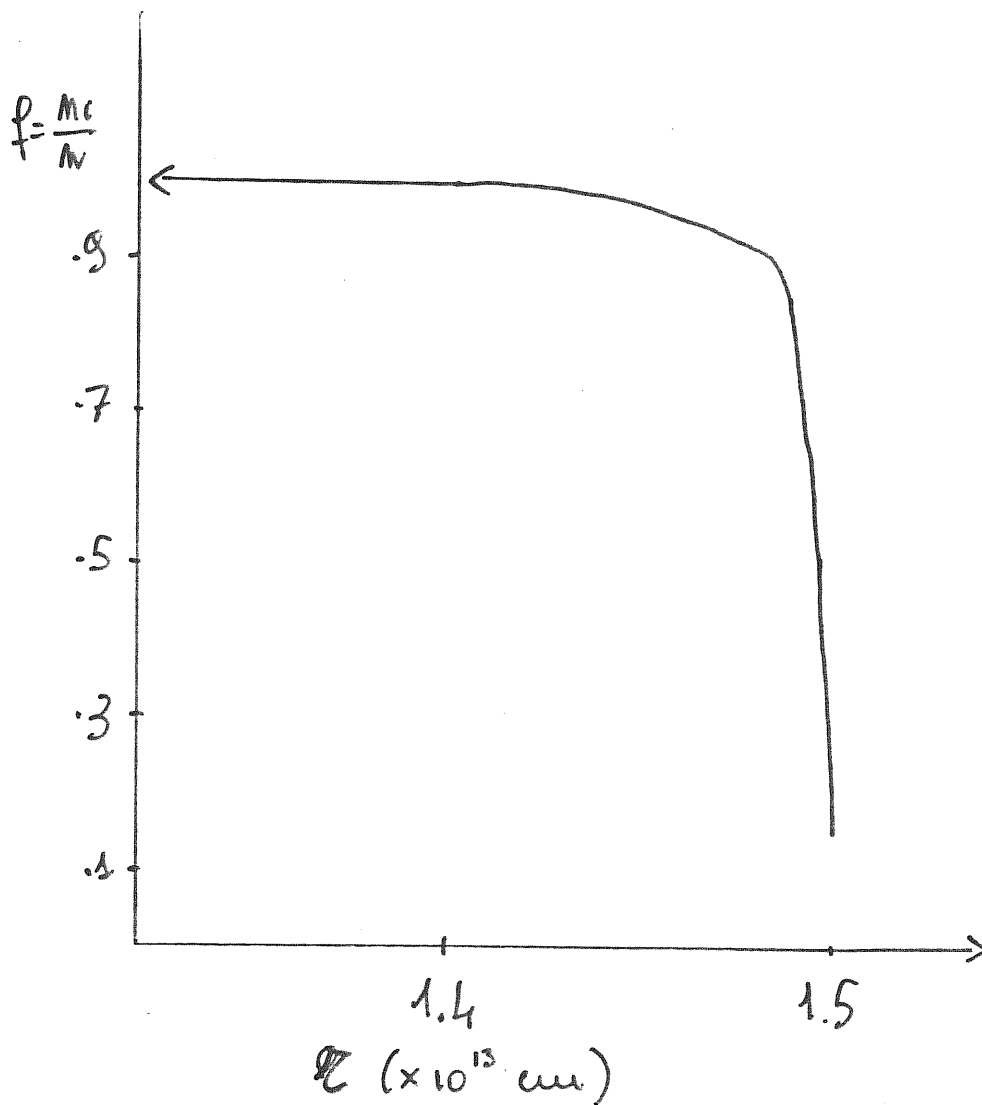


Fig. 8. Grado di ionizzazione f , a un dato istante t , in funzione della profondità geometrica nella shell.

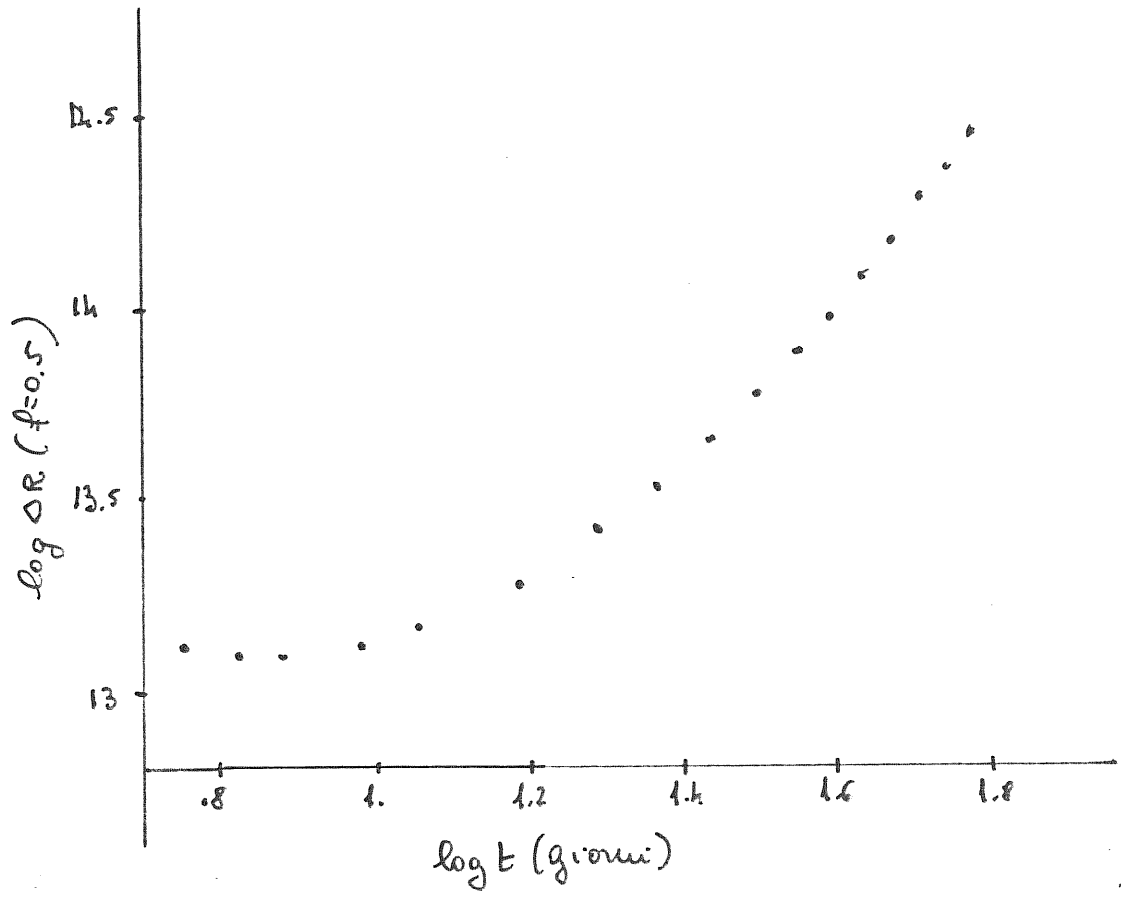


Fig. 9. Profondità geometrica nella shell, a $f=0.5$, nel tempo.

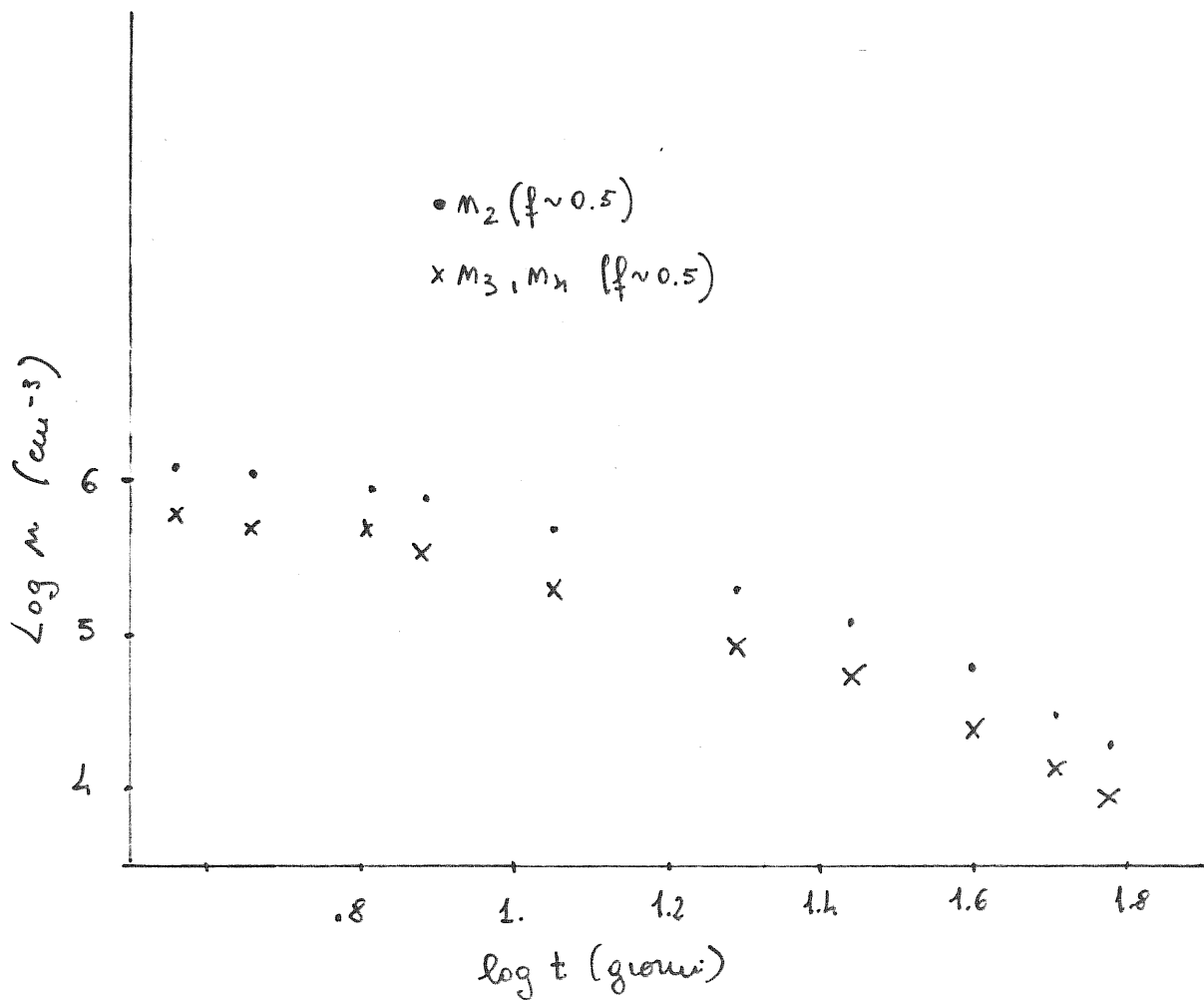


Fig. 10. Popolazioni del secondo , terzo, quarto livello eccitato dell'atomo di H della shell nel tempo. I valori si riferiscono al grado di ionizzazione $f=0.5$.

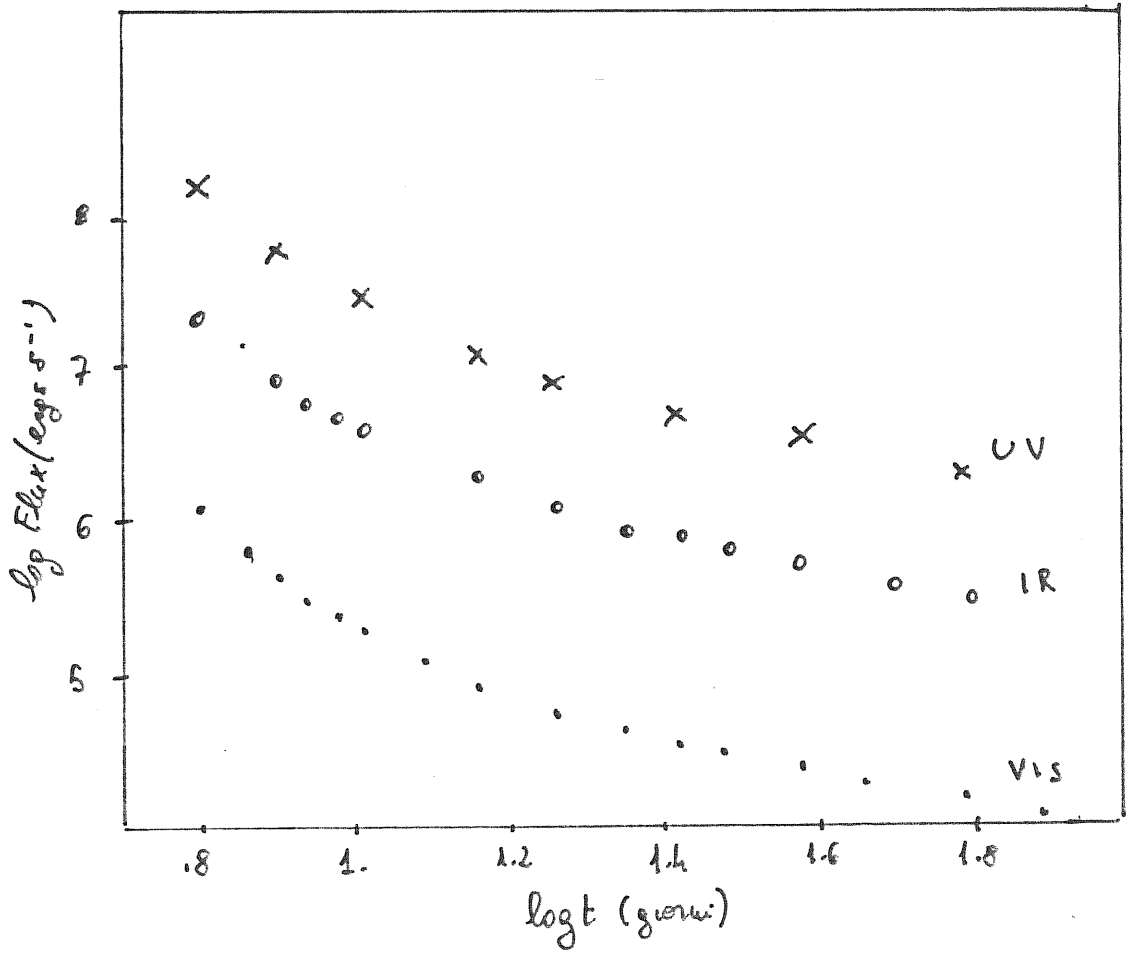


Fig. 11. Flussi UV,VIS,IR nel tempo per una shell di puro idrogeno, discussa nel testo.

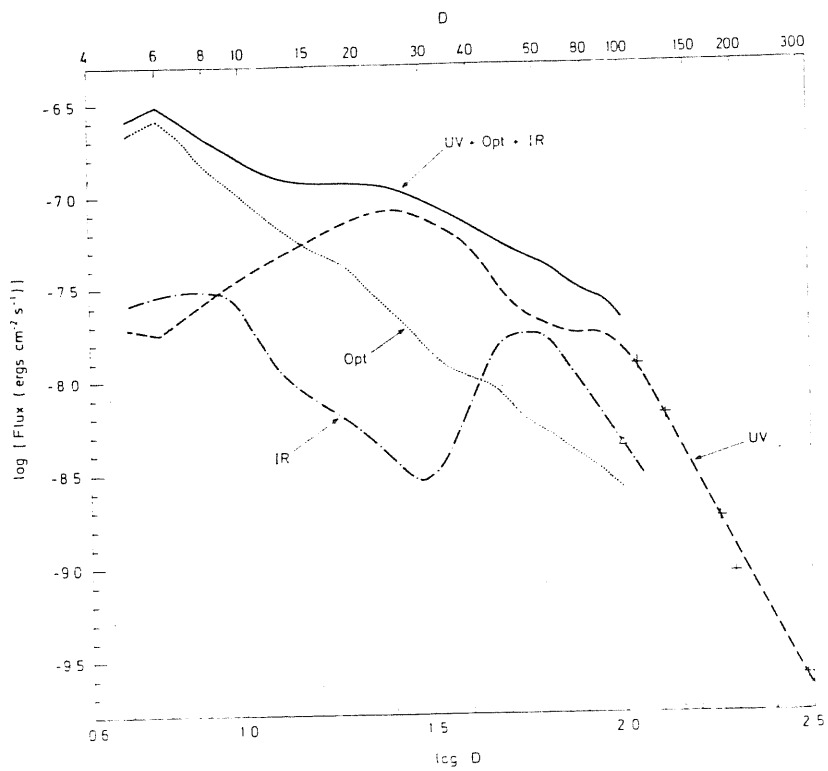


Fig. 12. Curves di luce UV, VIS, IR per Nova Cygni 1978.
(Stickland et al. 1981)

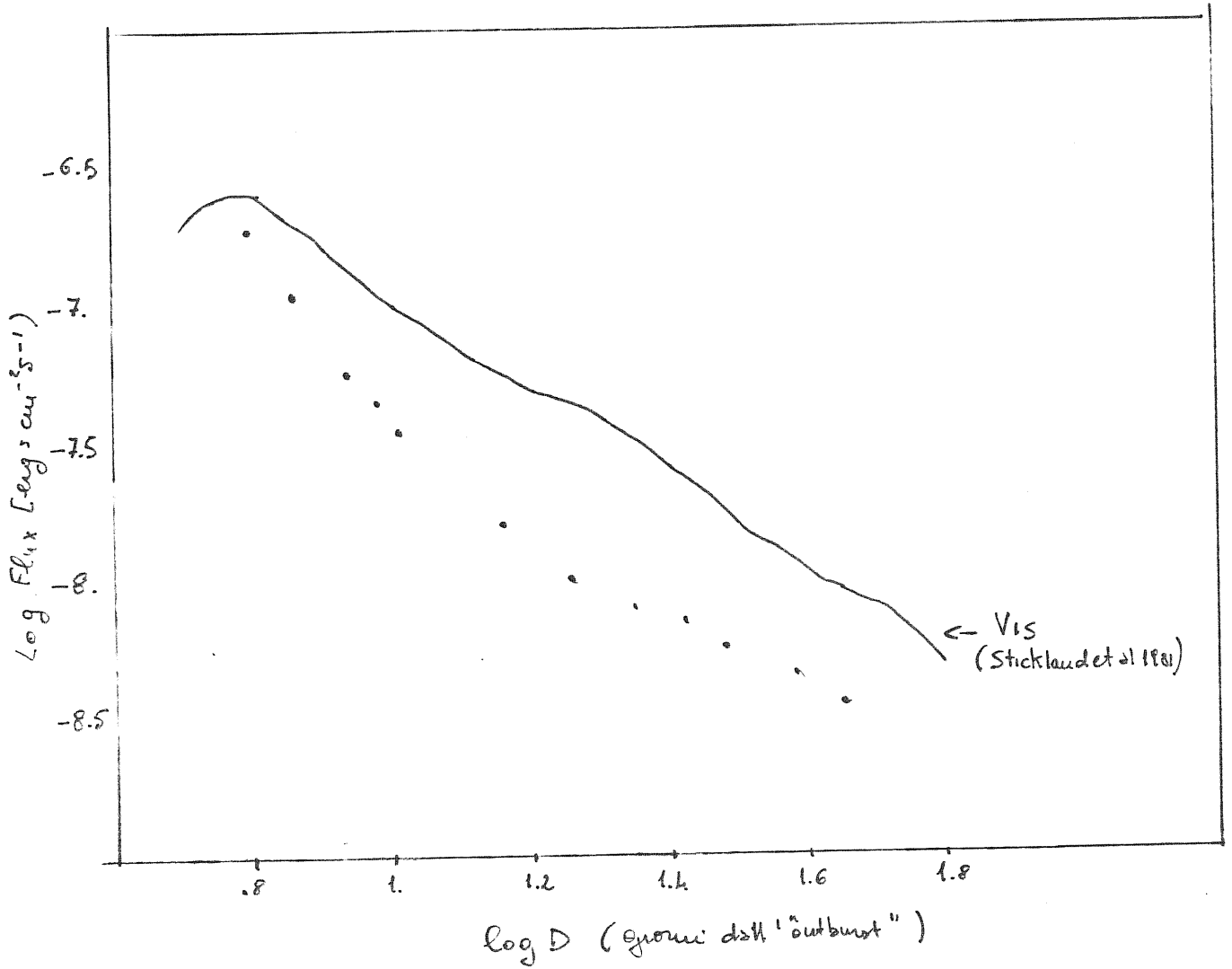


Fig. 13. Fit dei dati del modello con i dati osservati per Nova Cygni 1978.

BIBLIOTECA S.I.S.S.A.



0 0000 00016059 8